Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

SOLICITUD DE PRÓRROGA DE PERSONAL ACADÉMICO

SECRETARIO GENERAL

M. EN C. Q. NORBERTO MANJARREZ ÁLVAREZ

FECHA	DÍA	MES	AÑO
	08	05	2015

CONFORME A LO PREVISTO EN EL REGLAMENTO DE INGRESO, PROMOCIÓN Y PERMANENCIA DEL PERSONAL ACADÉMICO ARTÍCULOS 151 BIS, 156, 156-12 SE SOLICITA LA SIGUIENTE PRÓRROGA:

CONCURSO DE EVALUACIÓN CURRICULAR ☐ PERSONAL ACADÉMICO VISITANTE ☑ PERSONAL ACADÉMICO QUE OCUPA CÁTEDRA ☐

No. DE CONVOCATORIA

NOMBRE DE LA CÁTEDRA

APELLIDO PATERNO	APELLIDO MATERNO	NOMBRE (S)	No. DE EMPLEADO
HEREDIA	VELASCO	MARCO ANTONIO	37848

UNIDAD	DIVISIÓN
AZCAPOTZALCO	CIENCIAS BASICAS E INGENIERIA

DEPARTAMENTO
SISTEMAS

CATEGORÍA Y NIVEL	TIEMPO DE DEDICACIÓN
TITULAR "A"	COMPLETO

HORARIO
LUNES A VIERNES DE 7:00 A 15:00 HORAS.

	DÍA	MES	AÑO		DÍA	MES	AÑO	No. DE PLAZA DEFINITIVA QUE CUBRE (sólo en caso de evaluación curricular)
FECHA DE INICIO DE LA CONTRATACIÓN	16	07	2013	FECHA DE TÉRMINO DE LA CONTRATACIÓN	15	07	2015	
FECHA DE INICIO DE LA PRÓRROGA	16	07	2015	FECHA DE TÉRMINO DE LA PRÓRROGA	15	07	2016	3073

ACTIVIDADES A REALIZAR

1. IMPARTIR UEA RELACIONADAS CON LA LICENCIATURA DE INGENIERIA EN COMPUTACIÓN TALES COMO COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL, ANÁLISIS Y DISEÑO DE ALGORITMOS, GEOMETRÍA COMPUTACIONAL, INTELIGENCIA COMPUTACIONAL, GRÁFICAS POR COMPUTADORA, TEORÍA DE JUEGOS, ÉTICA LEGISLACIÓN INFORMÁTICA, INTERACCIÓN SER HUMANO-COMPUTADORA, SISTEMAS OPERATIVOS Y LAS UEA DE TRONCO GENERAL.
2. PARTICIPAR EN LOS GRUPOS TEMÁTICOS DEL DEPARTAMENTO AFINES A SU ESPECIALIDAD.
3. DESARROLLAR MATERIAL DIDÁCTICO PARA LAS UEA QUE IMPARTAN.
4. COLABORAR EN LA INVESTIGACIÓN RELACIONADA CON PROYECTOS DE LAS ÁREAS DE OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA Y SISTEMAS COMPUTACIONALES.
5. CUMPLIENDO CON LO PROPUESTO EN EL PLAN DE TRABAJO.

2
UAM-CRH 27MAY15 16:40

DOCUMENTOS QUE ANEXA

- DOCUMENTOS PROBATORIOS DE LA SUBSISTENCIA DE LA NECESIDAD ACADÉMICA ☐
- PROYECTO DE CONTRATO ANTERIOR ☑
- FORMA MIGRATORIA (FM) ☐
- INFORME DE ACTIVIDADES ACADÉMICAS ☑
- PASAPORTE ☐

DIRECTOR DE DIVISIÓN

DR. LUIS ENRIQUE NOREÑA FRANCO
NOMBRE Y FIRMA

Para uso exclusivo de los Profesores Visitantes y de Cátedra

Aprobada en la Sesión No.

del Consejo Divisional de fecha DÍA MES AÑO

PRESIDENTE DEL CONSEJO DIVISIONAL

DR. LUIS ENRIQUE NOREÑA FRANCO
NOMBRE Y FIRMA

[redacted]

DR. JESUS ISIDRO GONZALEZ TREJO
NOMBRE Y FIRMA

Ads 22701

Plaza 3073

T1 RECTOR GENERAL - DIPPPA
T2 RECTOR DE UNIDAD
T3 DIRECTOR DE DIVISIÓN
T4 JEFE DE DEPARTAMENTO
T5 DIPPPA
T6 CONSEJO DIVISIONAL

Universidad
Autónoma
Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Sistemas

8 de Mayo de 2015.
CBI.S.138/15

DR LUIS ENRIQUE NOREÑA FRANCO
DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI.
PRESENTE.

Por medio de la presente, solicito a usted de la manera más atenta, incorporar en el Orden del Día del próximo Consejo Divisional el punto correspondiente a la prórroga de contratación del Dr. Marco Antonio Heredia Velasco como profesor visitante.

Recurso a utilizar 3073.

Sin otro particular y agradeciendo de antemano la atención que se sirva dar a la presente, quedo de usted.

ATENTAMENTE
"CASA ABIERTA AL TIEMPO"

[redacted]

DR JESÚS ISIDRO GONZÁLEZ TREJO
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS.

c.c.p Dra. Lourdes Delgado Núñez - Secretaria Académica de la División de CBI.
Dr. Antonin Sebastien Ponsich - Jefe del Área de Optimización Combinatoria
Dr. Marco Antonio Heredia Velasco - Profesor visitante del Departamento de sistemas.

Universidad Autónoma Metropolitana Casa abierta al tiempo Azcapotzalco CBI DIVISIÓN CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA UAM Azcapotzalco
RECIBI
08 MAY 2015
HORA: 12.23 Diana
DIRECCIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, 02200-México, D.F.
Tel.: 5318 9094 Fax: 5394 4534 Conmutador: 5318 9532 Conmutador UAM: 5318 9000 http://www.sistemas.azc.uam.mx

15 de abril de 2015

Dr. JESÚS ISIDRO GONZÁLEZ TREJO
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS
P R E S E N T E

Por este medio y de acuerdo al documento anexo, solicito se proponga ante el Consejo Divisional la recontratación por un año del Dr. Marco Antonio Heredia Velasco, como profesor visitante durante el periodo comprendido del 16 de julio de 2015 al 15 de julio de 2016.

Sin más por el momento, agradezco la atención que otorga a la presente y quedo a sus órdenes para cualquier aclaración.

At[redacted]

Dr. Antonin Sébastien Ponsich
Jefe del Área de Optimización Combinatoria

Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco
CBI División Ciencias Básicas e Ingeniería
23 [illegible]
RECIBI
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS

15 de abril de 2015

Dr. JESÚS ISIDRO GONZÁLEZ TREJO
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS
P R E S E N T E

Por este medio nos permitimos comunicarle de la manera más atenta que nosotros, profesores miembros del Área de Optimización Combinatoria, solicitamos se proponga al Consejo Divisional la recontratación del Dr. Marco Antonio Heredia Velasco, como profesor visitante durante el periodo comprendido del 16 de julio de 2015 al 15 de julio de 2016.

Durante los dos años en que el Dr. Marco Antonio Heredia Velasco ha trabajado en el Departamento de Sistemas de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco, ha demostrado su compromiso con la formación de estudiantes y la producción científica.

Su línea de investigación es afín a los temas de interés en el Área de Optimización Combinatoria, en particular, se encuentra colaborando en el proyecto Algoritmos y Modelos para Problemas de Optimización en Redes, del cual es responsable el Dr. Francisco Javier Zaragoza Martínez y en el que participan varios miembros de nuestra Área.

Por lo anterior, consideramos que darle continuidad a su contratación resultará enriquecedor, tanto para el Departamento de Sistemas como para el Área de Optimización Combinatoria.

Junto con esta solicitud se adjuntan el reporte de actividades realizadas durante el periodo del 16 de julio de 2014 a la fecha, el plan de actividades para el próximo periodo y los documentos probatorios.

Agradeciendo de antemano la atención que otorga a la presente, reciba un cordial saludo.
Atentamente,

Los profesores miembros del Área de Optimización Combinatoria:

[redacted]
Dra. Ana Lilia Laureano Cruces

[redacted]
Dr. Rafael López Bracho

[redacted]
Dr. Antonin Sébastien Ponsich

[redacted]
Dr. Javier Ramírez Rodríguez

[redacted]
Dr. Eric Alfredo Rincón García

[redacted]
Dr. Francisco Javier Zaragoza Martínez

Reporte de Actividades

Dr. Marco Antonio Heredia Velasco

6 de mayo de 2015

A través del presente documento me permito comentar las actividades que desarrollé como profesor visitante en la Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, desde mi reporte pasado (abril de 2014) hasta el día de hoy.

Se anexa a este documento fotocopia de todos los comprobantes pertinentes.

1. Docencia

A continuación se enlistan los cursos que impartí en la UAM-Azcapotzalco durante el periodo de actividades arriba mencionado.

- Trimestre 14-P
  - Licenciatura en Ingeniería en Computación.
    - Algoritmos y Estructuras de Datos.
- Trimestre 14-O
  - Licenciatura en Ingeniería en Computación.
    - Análisis y Diseño de Algoritmos.
    - Algoritmos y Estructuras de Datos.
  - Maestría en Optimización.
    - Laboratorio de Optimización.

- Trimestre 15-I
    - Licenciatura en Ingeniería en Computación.
        - Análisis y Diseño de Algoritmos.
        - Algoritmos y Estructuras de Datos.
    - Maestría en Optimización.
        - Laboratorio de Optimización.

Además, para el trimestre 15-P tengo asignados los siguientes cursos:

- Licenciatura en Ingeniería en Computación.
    - Análisis y Diseño de Algoritmos.
    - Algoritmos y Estructuras de Datos.
- Maestría en Optimización.
    - Optimización en Redes.

2. Trabajos de titulación dirigidos y revisados

- Coasesor de: José Daniel Faustinos Vargas. Proyecto de Integración: *Identificación de una configuración en un conjunto de puntos en el plano.* Ingeniería en Computación (abril 2015).

- Sinodal de: Luis Francisco Hernández Sánchez. Tesis: *Un problema de barrido de calles.* Maestría en Optimización (febrero 2015).

- Coasesor de: Ángel Pérez García. Proyecto de Integración: *Transmisión de archivos de texto cifrados usando esteganografía en imágenes GIF.* Ingeniería en Computación (enero 2015).

- Coasesor de: Tanaidy Garduño Villaseñor. Proyecto de Integración: *Búsqueda Armónica para resolver un problema de asignación de unidades de enseñanza y aprendizaje.* Ingeniería en Computación (agosto 2014).

Además, me encuentro coasesorando otros 2 proyectos de integración que concluirán al finalizar el próximo trimestre.

3. Reconocimiento Académico

- Me fue otorgada la distinción de *Investigador Nacional Nivel I* en el Sistema Nacional de Investigadores del CONACYT (Convocatoria para ingreso 2014), misma que entró en vigor el 1 de enero de 2015.
- Me fue otorgado el *Apoyo a la Incorporación de Nuevos PTC* por parte del Programa para el Desarrollo Profesional Docente (PRODEP) de la Secretaría de Educación Pública, con duración de un año (mayo 2015 – abril 2016).

4. Investigación

Respecto de este rubro, se ha logrado lo siguiente:

- Se publicó el artículo *On k-gons and k-holes in point sets* en la revista *Computational Geometry.* `http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2014.12.007`
- Se participó en el evento de investigación: *Taller de Geometría, Combinatoria y Algoritmos en la UAM*, realizado en esta unidad del 14 al 16 de Abril de 2014.

5. Participación en comisiones académicas

- Jurado del examen predoctoral de Rodrigo Alexander Castro Campos, alumno del Doctorado en Optimización de la UAM-A (diciembre 2014).
- Comisión de sinodales para examen de reingreso del alumno García González Francisco Hermosillo, a la UAM-A (agosto 2014).
- Coordinador de la Comisión Académica del Grupo Temático "Algoritmos" del Departamento de Sistemas, UAM-A (mayo 2014).
- Miembro de la Comisión Académica del Grupo Temático "Graficación y visualización" del Departamento de Sistemas, UAM-A (mayo 2014).

6. Coordinación en eventos académicos

- Organización del *XI Concurso de Programación de la UAM Azcapotzalco*, realizado del 26 de mayo al 5 de septiembre de 2014.
- Coordinación de las *3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas*, realizadas el 17 y 18 de julio de 2014 en la UAM-A.

Además, en estos momentos formo parte del comité organizador del *XII Concurso de Programación de la UAM Azcapotzalco.*

7. Conferencias

Se ha participado en los siguientes eventos:

- "3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas", UAM - Azcapotzalco (julio 2014). Ponencia: *Sacando Piedras.*
- "Festival Galois Invierno 2015", UAM - Azcapotzalco (febrero 2015). Ponencia: *Convexos, órdenes parciales y excavación.*

8. Actualización

Se han tomado los siguientes cursos:

- "Herramientas para el seguimiento de Grupos Temáticos". UAM - Azcapotzalco, 1 y 3 de julio de 2014.

9. Otras actividades

- Creación y recopilación de material para el curso *Interacción Humano-Computadora* de la carrera de Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco (mayo 2014).

Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Sistemas

23 DE MAYO DE 2014.
CBI.S.152/14

Alejandro Reyes Ortiz
Maricela Claudia Bravo Contreras
María Lizbeth Gallardo López
Hugo Pablo Leyva
Beatriz Adriana González Beltrán

P R E S E N T E S

El proceso de reestructuración de Grupos Temáticos, tiene como objetivo procurar el mejoramiento de la docencia en el Departamento de Sistemas, a través de su desarrollo como una actividad colectiva de análisis, discusión y realización de actividades docentes.

Por tal razón los invito a formar parte de la Comisión Académica del Grupo Temático "**Ingeniería de Software**", encargada de cumplir con lo establecido en los lineamientos del Consejo Divisional de CBI para el funcionamiento de los grupos temáticos de docencia, asociadas con las UEA:

- **Análisis y Diseño de Sistemas de Información***
  UEA optativas
- **Patrones de Diseño de Software**
- **Integración de Servicios en Aplicaciones Empresariales**

El Dr. **Alejandro Reyes Ortiz** se encargará de la coordinación de la comisión. Los espero en la reunión de instalación de la comisión el próximo viernes 23 a las 13:00 horas en el HO tercer piso.

Agradeciendo de antemano su atención, reciban un cordial saludo.

A t e n t a m e n t e
"CASA ABIERTA AL TIEMPO"

[redacted]

M. EN C. RAFAELA BLANCA SILVA LÓPEZ
JEFA DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS.

RBSL/amdd

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, 02200-México, D.F.
Tel.: 5318 9004 Fax: 5394 4534 Conmutador: 5318 9532 Conmutador UAM: 5318 9000 http://www.sistemas.azc.uam.mx

Ficha de notificación de Apoyo a la Incorporación de Nuevos PTC

IES:	Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco
Nombre del Profesor:	Heredia Velasco Marco Antonio
Folio asignado al Profesor:	UAM-PTC-474
Número de oficio de la Carta de liberación:	DSA/103.5/15/3042
Fecha de la Carta de liberación:	9/abril/2015
Grado:	Doctorado

[illegible]

El proyecto está bien redactado y organizado. La principal objeción en el dictamen anterior (la falta de congruencia entre las metas y los resultados esperados) se ha corregido en esta réplica, aumentando el número y calidad de los resultados. Sin embargo, en la asignación de los montos se ha tenido en cuenta la vaguedad de la solicitud. Se habla de equipo de cómputo de alto rendimiento sin especificar a qué se refiere. Si se requiere de un equipo más potente, el monto solicitado de 250,000 es insuficiente. No se justifica plenamente la adquisición de una Tablet y una Lap para realizar investigaciones fuera del campus, y tampoco la compra de un proyector para difundir los resultados.

Apoyo	[illegible]	Monto aprobado
Apoyo para elementos individuales de trabajo básicos para la labor académica	mayo - 2015	$40,000.00
Becas de Fomento a la Permanencia Institucional	mayo - 2015 / abril - 2016	$72,000.00
Reconocimiento a la trayectoria académica		NAP
Apoyo de Fomento a la Generación y Aplicación innovadora del Conocimiento	mayo - 2015 / abril - 2016	$115,000.00
Beca a Estudiante	mayo - 2015 / abril - 2016	$24,561.00
	Total:	$251,561.00

Desglose del Apoyo de Fomento [illegible]	
Asistencia a Reuniones Académicas	$20,000.00
Equipo	$65,000.00
Estancias Cortas	$30,000.00
Total:	$115,000.00

Observaciones

Fecha de notificación: 4-5-201[redacted]

Firma de enterado del profesor:

Firma de conformidad del Profesor:

Nota

- El original de este documento deberá ser devuelto a las oficinas del Programa debidamente firmado antes del 25 de Junio de 2015 y una copia se adjuntará en el expediente del becario en poder de la IES.
- Si alguno de los montos no se ejerce, favor de notificarlo en el espacio para las observaciones y solicitar la reconsideración o ajuste correspondiente mediante el formato *"Solicitud de Ajuste"*, anexando la documentación referente a esta a través de su Representante (RIP), a más tardar el día 11 de Junio de 2015.

(NAP) NO APROBADO

F-PROMEP-74/Rev-04

México, D. F., 09 de abril de 2015
Oficio No. DSA/103.5/15/3042

Dr. Romualdo López Zárate
Rector General
Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco
Presente

Me refiero al Convenio Marco de Cooperación Académica que para la ejecución del Programa suscribió la Dirección General de Educación Superior Universitaria con esa Institución el día 29 de abril de 2004.

Con fecha 02 de abril del 2014, se recibió en la Dirección General de Educación Superior Universitaria de la Subsecretaría de Educación Superior, la solicitud de apoyo por parte de esa Institución para el proyecto denominado: Apoyo a la Incorporación de Nuevos Profesores de Tiempo Completo.

Con base en la documentación recibida y una vez emitido el dictamen correspondiente, le comunico que han sido aprobados a esa Institución recursos con cargo al patrimonio del Fideicomiso del Programa por la cantidad de $ 251,561.00 (Doscientos cincuenta y un mil quinientos sesenta y un pesos 00/100 M.N.), de conformidad con los términos establecidos en el anexo que en 1 hoja se adjunta a la presente.

Para proceder a canalizar los recursos respectivos será necesario que remita a la Dirección General de Educación Superior Universitaria, a más tardar el 8 de junio, los informes técnicos y financieros del ejercicio y aplicación de los recursos entregados a esa institución a su digno cargo en el marco del Programa, incluyendo el estado de cuenta del FIDEICOMISO al 31 de marzo de 2015.

Sin más por el momento, aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

Atentamente

[redacted]

M. en C. Guillermina Urbano Vidales
Directora

C.c.p.-Mtro. Efrén Rojas Dávila. Subsecretario de Educación Superior. Para su conocimiento.
C.c.p.-Dr. Salvador Malo Álvarez. Director General de Educación Superior Universitaria. Para su conocimiento.
C.c.p.-C.P. José Francisco Varela del Rivero. Director de Subsidio a Universidades. Para su conocimiento.
C.c.p.-Dr. Salvador Vega y León. Rector General. Para su conocimiento.
GUV/PABR/JAOM

Calle Vicente García Torres # 235, Col. El Rosedal, Delegación Coyoacán, Distrito Federal, CP. 04330.
Tel. (55) 3601-1000 Extensión: 65931 **http://dsa.sep.gob.mx**

Anexo: Apoyo a la Incorporación de Nuevos Profesores de Tiempo Completo

Institución: Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco
Oficio No. DSA/103.5/15/3042

No.	Folio	Nombre del profesor	Grado	Elementos individuales de trabajo básicos para la labor académica		Beca de fomento a la permanencia institucional			Reconocimiento a la trayectoria académica			Fomento a la Generación y Aplicación innovadora del Conocimiento o fomento a la Investigación aplicada o desarrollo tecnológico			MONTO TOTAL (Pesos)
				Fecha de otorgamiento (Mes/Año)	Monto $ (Pesos)	Fecha de inicio (Mes/Año)	Fecha de término (Mes/Año)	Monto $ (Pesos)	Fecha de inicio (Mes/Año)	Fecha de término (Mes/Año)	Monto $ (Pesos)	Fecha de otorgamiento (Mes/Año)	Proyecto Monto $	Beca a estudiante Monto $ (Pesos)	
1	UAM-PTC-474	Hereda Velasco Marco Antonio	D	mayo-2015	$40,000.00	mayo-2015	abril-2016	$72,000.00	NAP	NAP	NAP	mayo-2015	$115,000.00	$24,561.00	$251,561.00
				TOTAL	[illegible]			[illegible]			[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]

(NA) NO APLICA
(NS) NO SOLICITÓ
(NAP) NO APROBADO

Este Anexo forma parte integrante de la Carta de Liberación de Recursos de fecha 9 de abril de 2015, suscrita entre la Secretaría de Educación Pública y la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco

Computational Geometry ••• (••••) •••–•••

Contents lists available at ScienceDirect

Computational Geometry: Theory and Applications

www.elsevier.com/locate/comgeo

On k-gons and k-holes in point sets ☆

Oswin Aichholzer [a,1], Ruy Fabila-Monroy [b,2], Hernán González-Aguilar [c,3], Thomas Hackl [a,4], Marco A. Heredia [d,3], Clemens Huemer [e,5], Jorge Urrutia [f,3], Pavel Valtr [g,6], Birgit Vogtenhuber [a,*,1]

[a] Institute for Software Technology, Graz University of Technology, Austria
[b] Departamento de Matemáticas, Cinvestav, Mexico
[c] Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Mexico
[d] Departamento de Sistemas, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, Mexico
[e] Departament de Matemàtica Aplicada IV, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain
[f] Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico
[g] Department of Applied Mathematics and Institute for Computer Science (ITI), Charles University, Czech Republic

ARTICLE INFO

Article history:
Received 30 October 2013
Accepted 4 December 2014
Available online xxxx

Keywords:
Erdős–Szekeres type problems
k-Gons
k-Holes
Empty k-gons

ABSTRACT

We consider a variation of the classical Erdős–Szekeres problems on the existence and number of convex k-gons and k-holes (empty k-gons) in a set of n points in the plane. Allowing the k-gons to be non-convex, we show bounds and structural results on maximizing and minimizing their numbers. Most noteworthy, for any k and sufficiently large n, we give a quadratic lower bound for the number of k-holes, and show that this number is maximized by sets in convex position.

1. Introduction

Let S be a set of n points in general position in the plane (i.e. no three points of S are collinear). A k-gon is a simple polygon spanned by k points of S. A k-hole is an empty k-gon; that is, a k-gon that contains no points of S in its interior.

Around 1933 Esther Klein raised the following question, which was (partially) answered in the classical paper by Erdős and Szekeres [12] in 1935: "Is it true that for any k there is a smallest integer $g(k)$ such that any set of $g(k)$ points contains at least one convex k-gon?" As observed by Klein, $g(4) = 5$, and Kalbfleisch et al. [19] proved that $g(5) = 9$. In 2006 Szekeres and Peters [25] showed by an exhaustive computer search that $g(6) = 17$. Erdős and Szekeres [13] proved that $g(k)$ is finite for any k. For $k \geq 5$, the current best bounds are $2^{k-2} + 1 \leq g(k) \leq \binom{2k-5}{k-2} + 1$, where the upper bound is by Tóth and

☆ An extended version can be found in arXiv [3].

* Corresponding author.
E-mail address: bvogt@ist.tugraz.at (B. Vogtenhuber).

[1] Supported by the ESF EUROCORES programme EuroGIGA – CRP 'ComPoSe', Austrian Science Fund (FWF): I648-N18.
[2] Partially supported by CONACyT (Mexico), grant 153984.
[3] Partially supported by CONACyT (Mexico) grant CB-2007/80268.
[4] Supported by the Austrian Science Fund (FWF): P23629-N18 'Combinatorial Problems on Geometric Graphs'.
[5] Partially supported by projects MTM2012-30951 (MINECO), Generalitat de Catalunya DGR 2009SGR1040, and the ESF EUROCORES programme EuroGIGA, CRP ComPoSe, MICINN Project EUI-EURC-2011-4306.
[6] Supported by project 1M0545 of the Ministry of Education of the Czech Republic.

http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2014.12.007
0925-7721/

Table 1
Bounds on the numbers $h_k(n)$ of convex k-holes [5,7,28].

$n^2 - \frac{32}{7}n + \frac{22}{7} \le h_3(n) \le 1.6196n^2 + o(n^2)$
$\frac{n^2}{2} - \frac{9}{4}n - o(n) \le h_4(n) \le 1.9397n^2 + o(n^2)$
$\frac{3n}{4} - o(n) \le h_5(n) \le 1.0207n^2 + o(n^2)$
$\frac{n}{229} - 4 \le h_6(n) \le 0.2006n^2 + o(n^2)$

Table 2
Bounds on the numbers of convex, non-convex, and general k-gons for n points and constant k.

	Convex min	Non-convex max	General min	General max
$k=4$	$=\overline{\text{cr}}(n)$	$=3\binom{n}{4} - 3\overline{\text{cr}}(n)$	$=\binom{n}{4}$	$=3\binom{n}{4} - 2\overline{\text{cr}}(n)$
	$\Theta(n^4)$	$\Theta(n^4)$ [6]	$\Theta(n^4)$ [6]	$\Theta(n^4)$ [6]
$k=5$	$\Theta(n^5)$ [8]	$= 10\binom{n}{5} - 2(n-4)\overline{\text{cr}}(n)$	$=\binom{n}{5}$	$\Theta(n^5)$ [6]
		$\Theta(n^5)$ [6]	$\Theta(n^5)$ [6]	
$k\ge 6$	$\Theta(n^k)$ [8]	$\Theta(n^k)$ [Section 2]	$=\binom{n}{k}$	$\Theta(n^k)$ [Section 2]
			$\Theta(n^k)$ [Section 2]	

Valtr [26] from 2005 and the lower bound goes back to Erdős and Szekeres [13] and is conjectured to be tight; see e.g. [1] for more details.

Erdős and Guy [11] posed the following generalization: "What is the least number of convex k-gons determined by any set S of n points in the plane?" The trivial solution for the case $k=3$ is $\binom{n}{3}$. For convex 4-gons this question is highly non-trivial, as it is related to the search for the rectilinear crossing number $\overline{\text{cr}}(n)$, the minimum number of crossings in a straight-line drawing of the complete graph with n vertices; see the next section for details.

In 1978 Erdős [10] raised the following question for convex k-holes: "What is the smallest integer $h(k)$ such that any set of $h(k)$ points in the plane contains at least one convex k-hole?" As observed by Esther Klein, every set of 5 points determines a convex 4-hole, and Harborth [17] showed that 10 points always contain a convex 5-hole. Surprisingly, in 1983 Horton showed that there exist arbitrarily large sets of points containing no convex 7-hole [18]. Only in 2007/2008, Nicolás [22] and independently Gerken [16] proved that every sufficiently large point set contains a convex 6-hole.

A natural generalization of the existence question for k-holes is this: "What is the least number $h_k(n)$ of convex k-holes determined by any set of n points in the plane?" Horton's construction implies $h_k(n)=0$ for $k \ge 7$. Table 1 shows the current best lower and upper bounds for $k=3,\dots,6$.

All upper bounds in the table are due to Bárány and Valtr [7]. Concerning the lower bounds for $k \le 5$, Dehnhardt [9] showed in his PhD thesis that for $n \ge 13$, $h_3(n) \ge n^2 - 5n + 10$, $h_4(n) \ge \binom{n-3}{2} + 6$, and $h_5(n) \ge 3\lfloor \frac{n}{12} \rfloor$. As this PhD thesis was published in German and is not easy to access, later on several weaker bounds have been published. Only very recently these results have been subsequently improved [14,6,28,5], where the currently best bounds can be found in [5], using a remarkable result from [14]. A result of independent interest is by Pinchasi et al. [23], who showed $h_4(n) \ge h_3(n) - \frac{n^2}{2} - O(n)$ and $h_5(n) \ge h_3(n) - n^2 - O(n)$. By this, improving the n^2-factor in the lower bound of $h_3(n)$ implies better lower bounds also for $h_4(n)$ and $h_5(n)$. Concerning lower bounds on the number of 6-holes, a proof of $h_6(n) \ge \lfloor \frac{n-1}{858} \rfloor - 2$ is contained in the proceedings version [2] of the paper at hand. This proof is based on $h_6(1717) \ge 1$ by Gerken [16]. Valtr [28] presented an improved bound of $h_6(n) \ge \frac{n}{229} - 4$, combining a different proof technique with Koshelev's result of $h_6(463) \ge 1$ [20]. As combining this result by Koshelev with the proof of [2] only gives $h_6(n) \ge \frac{n}{231} - O(1)$, the according proof is omitted here.

In this paper we generalize the above questions on the numbers of k-gons and k-holes by allowing the gons/holes to be non-convex. Thus, whenever we refer to a (general) k-gon or k-hole, unless it is specifically stated to be convex or non-convex, it could be either. For similar results on 4-holes and 5-holes see [4] and [6], respectively. The PhD thesis [29] summarizes most results obtained for $k \ge 4$. See also [1] for a survey on the history of questions and results about k-gons and k-holes. We remark that in some related literature, k-holes are assumed to be convex.

A set of k points in convex position spans precisely one convex k-hole. In contrast, a point set might admit exponentially many different polygonizations (spanning cycles) [15]. Thus, the number of k-gons and k-holes can be larger than $\binom{n}{k}$, which makes the questions considered in this paper more challenging (and interesting) than they might appear at first glance.

Tables 2, 3, and 4 summarize the best current bounds on the numbers of k-gons and k-holes, including the results of this paper. The entries list lower and upper bounds, also in explicit form (if available).

In Section 2 we give asymptotic bounds on the number of non-convex and general k-gons. More details on this topic, in particular relations between the rectilinear crossing number and the number of k-gons, can be found in the arXiv version [3] of this paper. In Section 3 we consider (general) k-holes. We show that for sufficiently small k with respect to n their number is maximized by sets in convex position, which is not the case for large k. Section 4 provides a tight bound for the

Table 3
Bounds on the numbers of convex and non-convex k-holes for n points and constant k.

	Convex min	Non-convex max
$k=4$	$\geq \frac{n^2}{2} - \frac{9}{4}n - o(n)$	$\geq \frac{n^3}{2} - O(n^2 \log n)$
	$\leq 1.9397n^2 + o(n^2)$	$\leq \frac{n^3}{2} - O(n^2)$
	$\Theta(n^2)$ [5,7]	$\Theta(n^3)$ [4]
$k=5$	$\geq \frac{3n}{4} - o(n)$	$\leq n!/(n-4)!$
	$\leq 1.0207n^2 + o(n^2)$	$\Theta(n^4)$ [Section 4]
	$\Omega(n)$ [5], $O(n^2)$ [7]	
$k \geq 6$	$k=6 : \geq \frac{n}{229} - 4$	$\leq n!/(n-k+1)!$
	$\Omega(n)$ [28], $O(n^2)$ [7]	$\Theta(n^{k-1})$ [Section 4]
	$k \geq 7 := 0$ [18]	

Table 4
Bounds on the numbers of general k-holes for n points and constant k.

	General min	General max
$k=4$	$\geq \frac{5}{2}n^2 - O(n)$	$= \binom{n}{4}$
	$\leq O(n^{\frac{5}{2}} \log n)$	$\Theta(n^4)$ [4]
	$\Omega(n^2)$ [4], $O(n^{\frac{5}{2}} \log n)$ [Section 5]	
$k=5$	$\geq 17n^2 - O(n)$	$= \binom{n}{5}$
	$\leq O(n^3(\log n)^2)$	$\Theta(n^5)$ [6]
	$\Omega(n^2)$ [6], $O(n^3(\log n)^2)$ [Section 5]	
$k \geq 6$	$\geq n^2 - O(n)$	$= \binom{n}{k}$
	$\leq O(n^{\frac{k+1}{2}} (\log n)^{k-3})$	$\Theta(n^k)$ [Section 3]
	$\Omega(n^2)$, $O(n^{\frac{k+1}{2}} (\log n)^{k-3})$ [Section 5]	

maximum number of non-convex k-holes, and Section 5 contains bounds for the minimum number of general k-holes. We conclude with open problems in Section 6.

2. k-Gons, polygonizations, and the double chain

Polygonizations, also called spanning cycles, can be considered as k-gons of maximal size (i.e., $k = n$). García et al. [15] construct a point set with $\Omega(4.64^n)$ spanning cycles, the so-called double chain $DC(n)$, which is currently the best known maximizing example; see Fig. 1.

The currently best upper bound on the number of spanning cycles of any n-point set is $O(54.543^n)$ [24], neglecting polynomial factors in the asymptotic expressions. The minimum is achieved by point sets in convex position, which have exactly one spanning cycle. For the number of general k-gons this implies bounds of $\Omega(\binom{n}{k})$ and $O(54.543^k \binom{n}{k})$. Hence, for constant k, any point set has $\Theta(n^k)$ general k-gons. On the other hand, the double chain provides $\Omega(n^k)$ non-convex k-gons for constant $k \geq 4$: Choose one vertex from the upper chain of $DC(n)$ and $k-1 \geq 3$ vertices from the lower chain of $DC(n)$, and connect them to a simple, non-convex polygon. This gives at least $\frac{n}{2}\binom{n/2}{k-1} = \Omega(n^k)$ non-convex k-gons. As the lower bound on the maximal number of non-convex k-gons asymptotically matches the upper bound on the maximal number of general k-gons, we obtain the following result.

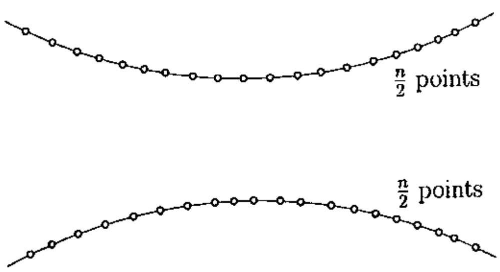

Fig. 1. The so-called double chain $DC(n)$.

Proposition 1. *For any constant $k \geq 4$, the number of non-convex k-gons in a set of n points is bounded by $O(n^k)$. This is tight in the sense that there exist sets with $\Omega(n^k)$ non-convex k-gons.*

3. Maximizing the number of (general) k-holes

In [4], it is shown that the number of 4-holes is maximized for point sets in convex position if n is sufficiently large. It was conjectured that this is true for any constant $k \geq 4$. The following theorem confirms this conjecture.

Theorem 2. *For every $k \geq 4$ and $n \geq 2(k-1)!\binom{k}{4} + k - 1$, the number of k-holes is maximized by a set of n points in convex position.*

Proof. Consider a non-convex k-hole H. For each of its non-extreme vertices, there exists a triangle spanned by three extreme vertices of H such that the non-extreme vertex is contained in the interior of the triangle. Further, there exists at least one reflex (and thus non-extreme) vertex v_r of H such that removing v_r from the vertex set of H (and connecting its incident vertices) results in a simple non-empty $(k-1)$-gon.

Now consider a non-empty triangle Δ. We give an upper bound for the number of non-convex k-holes having the three vertices of Δ as extreme vertices. Denote by $\mathcal{K}$ the set of simple non-empty $(k-1)$-gons having the vertices of Δ on their convex hull. First, $|\mathcal{K}|$ can be bounded from above by the number of simple, possibly empty $(k-1)$-gons having the three vertices of Δ on their boundary. As we have $\binom{n-3}{k-4}$ choices for the vertices, and at most $(k-2)!/2$ ways to join them to a $(k-1)$-gon, this gives $|\mathcal{K}| \leq \frac{(k-2)!}{2}\binom{n-3}{k-4}$.

Further, every simple $(k-1)$-gon in $\mathcal{K}$ may be completed to a simple non-convex k-hole in at most $k-1$ ways by adding a reflex vertex, namely by replacing one of the $k-1$ edges by the unique inner geodesic connecting its endpoints. Thus the number of non-convex k-holes having all vertices of Δ on their convex hull is bounded from above by $(k-1)\frac{(k-2)!}{2}\binom{n-3}{k-4} = \frac{(k-1)!}{2}\binom{n-3}{k-4}$.

Considering convex k-holes, observe that every k-tuple gives at most one convex k-hole. Denote by N the number of k-tuples that do *not* form a convex k-hole, and by T the number of non-empty triangles. Then we get (1) as a first upper bound on the number of (general) k-holes of a point set.

$$\binom{n}{k} - N + \left(\frac{(k-1)!}{2}\binom{n-3}{k-4}\right) \cdot T \tag{1}$$

To obtain an improved upper bound from (1), consider again a non-empty triangle Δ. None of the $\binom{n-3}{k-3}$ k-tuples that contain all three vertices of Δ forms a convex k-hole. On the other hand, for such a k-tuple, all of its $\binom{k}{3}$ contained triangles might be non-empty. Thus, we obtain $T \cdot \binom{n-3}{k-3}/\binom{k}{3}$ as a lower bound for N and (2) as an upper bound for the number of k-holes

$$\binom{n}{k} + \left(\frac{(k-1)!}{2}\binom{n-3}{k-4} - \frac{\binom{n-3}{k-3}}{\binom{k}{3}}\right) \cdot T \tag{2}$$

For $n \geq 2(k-1)!\binom{k}{4} + k - 1$ this is at most $\binom{n}{k}$, the number of k-holes of a set of n points in convex position, which proves the theorem. □

The above proof implies that any non-empty triangle in fact reduces the number of empty k-holes. Thus it follows that, for $k = O(\frac{\log n}{\log\log n})$ and n sufficiently large, the maximum number of convex k-holes is strictly larger than the maximum number of non-convex k-holes; see also the next section.

At the other extreme, for $k \approx n$ the statement does not hold: As already mentioned in the introduction, a set of k points spans at most one convex k-gon, but might admit exponentially many different non-convex k-gons [15]. This leads to the question, for which k the situation changes. The following theorem implies that for some $0 < c < 1$ and every $k \geq c \cdot n$, the convex set does not maximize the number of k-holes.

Theorem 3. *The number of k-holes in the double chain DC(n) on n points is at least*

$$\binom{\frac{n-4}{2}}{\frac{n-k}{2}} \cdot \frac{n-k+2}{2} \cdot \Omega(4.64^k).$$

Proof. Recall that García et al. [15] showed that the double chain $DC(n)$ on n points ($n/2$ points on each chain) admits $\Omega(4.64^n)$ polygonizations. To estimate the number of k-holes of $DC(n)$, we first use this result for a double chain on k points, obtaining $\Omega(4.64^k)$ different k-polygonizations. Then we distribute the remaining $n-k$ points among all possible positions, yielding $DC(n)$ with a k-hole drawn; see Fig. 3.

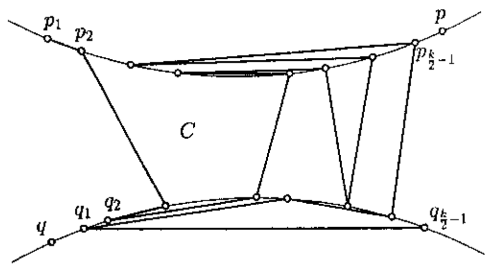

Fig. 2. A path C in the double chain, using all but the vertices p and q.

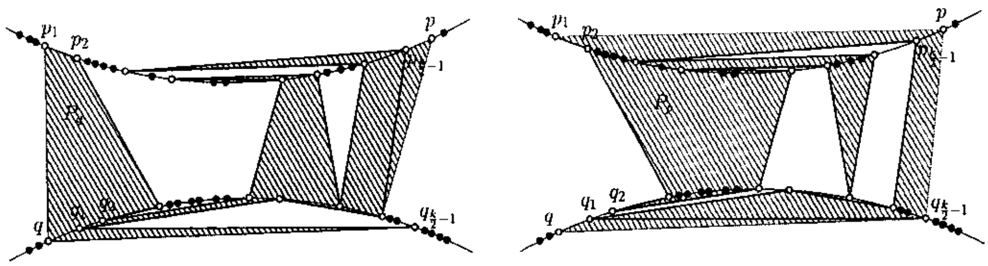

Fig. 3. Two ways to complete a path to a polygonization.

In their proof, García et al. count paths that start at the first vertex of the upper chain and end at the last vertex of the lower chain. Before the first vertex on the lower chain, they add an additional point q to complete these paths to polygonizations. We slightly extend this principle, by also adding an additional point p on the upper chain after the last vertex; see Fig. 2.

Then we complete each path C to a polygonization in one of the following ways: Either we add p to C directly next to $p_{\frac{k}{2}-1}$ and then complete C via q, obtaining P_q, or we add q to C directly next to q_1, and close the polygonization via p, obtaining P_p; see again Fig. 3.

Note that this changes the number of polygonizations only by a constant factor. However, the interior of P_q is the exterior of its "complemented" polygonization P_p, meaning that if we place a point somewhere on the double chain and it lies inside P_q, then it lies outside P_p, and vice versa. It follows that, in one of the two polygonizations, at least half of the $k+2$ positions to insert points are outside the polygonization. Hence, we can distribute the $\frac{n-k}{2}$ points on each chain to at least $\frac{k}{2}+1$ possible positions in total. Now, on one of the two chains we have at least $\frac{k}{4}+1$ positions; see again Fig. 3. More precisely, there are $\frac{k}{4}+j+1$ positions on this chain (where $0 \le j < \frac{k}{4}$) and (at least) $\max\{2, \frac{k}{4}-j\}$ positions on the other chain. The lower bound stems from the fact that the positions before the first and after the last vertex of a chain are always possible. The number of ways to place a points on b positions of one chain is $\binom{a+b-1}{a}$. Using this, we obtain

$$\binom{\frac{n-k}{2}+\frac{k}{4}+j}{\frac{n-k}{2}} \cdot \max\left\{\binom{\frac{n-k}{2}+1}{\frac{n-k}{2}}, \binom{\frac{n-k}{2}+\frac{k}{4}-j-1}{\frac{n-k}{2}}\right\}$$

possibilities to place the remaining points on the two chains. This factor is minimized for $j = \frac{k}{4}-2$, which yields the claimed lower bound of

$$\binom{\frac{n-4}{2}}{\frac{n-k}{2}} \cdot \frac{n-k+2}{2} \cdot \Omega(4.64^k)$$

for the number of k-holes of $DC(n)$. □

4. An upper bound for the number of non-convex k-holes

We now present a tight upper bound for the maximum number of non-convex k-holes for constant k.

Theorem 4. *For any constant $k \ge 4$, the number of non-convex k-holes in a set of n points is bounded by $O(n^{k-1})$ and there exist sets with $\Omega(n^{k-1})$ non-convex k-holes.*

Proof. We first show that there are at most $O(n^{k-1})$ non-convex k-holes: We represent a non-convex k-hole by the counter-clockwise sequence of its vertices, where we require that the last vertex is reflex and its removal results in a simple

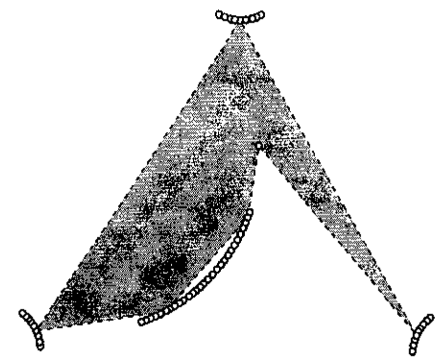

Fig. 4. A set with $\Theta(n^{k-1})$ non-convex k-holes.

$(k-1)$-gon. Any non-convex k-hole has $r \geq 1$ such representations, where r is at most the number of its reflex vertices. The number of different representations is an upper bound on the number of non-convex k-holes.

For $1 \leq i \leq k-1$, we have $n-i+1$ possibilities to choose the i-th vertex v_i. If the resulting $(k-1)$-gon is non-simple, we ignore it. For the last vertex v_k, we have at most one possibility, as it is fixed by the inner geodesic connecting v_{k-1} back to v_1. Altogether, we obtain at most $n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+2) = O(n^{k-1})$ non-convex k-holes.

For an example achieving this bound see Fig. 4. Each of the four indicated groups of points contains $\frac{n}{4}$ points. We only count k-holes with triangular convex hull of the type indicated in the figure. For each of the extreme vertices of the k-hole, we have $\frac{n}{4}$ possible choices, and the $k-4$ non-reflex inner vertices can be chosen from a linear number of vertices. Hence, we obtain $\Omega(n^3 \cdot \binom{n}{k-4}) = \Omega(n^{k-1})$ non-convex k-holes. □

5. On the minimum number of (general) k-holes

We start with an upper bound on the minimum (over all n-point sets) number of (general) k-holes.

5.1. *An upper bound on the minimum number of (general) k-holes using grids*

Consider an integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$. We denote a segment spanned by two points of G that does not have any points of G in its interior as *prime segment*. Further, we denote the *slope* of a line l spanned by points of G as the differences (d_x, d_y) of the coordinates of the endpoints of a prime segment on l. Note that a line with slope $(0,1)$ or $(1,0)$ contains exactly $\sqrt{n}$ points of G. A line with slope (d_x, d_y), both $d_x, d_y \neq 0$, contains at most $\min\{\lceil\sqrt{n}/|d_x|\rceil, \lceil\sqrt{n}/|d_y|\rceil\}$ points of G. A k-gon spanned by points of G is called *interior-empty* if it does not contain any points of G in its interior.

Lemma 5. *In an integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$, every segment is incident to at most $O(\sqrt{n}\log n)$ interior-empty triangles.*

Proof. Consider an arbitrary segment pq spanned by points of G (and possibly containing some points of G in its interior), and its supporting line l. Let l' and l'' be the two lines parallel to l and going through points of G such that no point of G lies between l and l', and between l and l'', respectively; see Fig. 5 where the segment pq is a prime segment.

Both, l' and l'', contain at most $\sqrt{n}$ points of G, each spanning an interior-empty triangle with pq. Further, each of the points on l spans a degenerate interior-empty triangle with pq. Any other triangle Δ incident to pq has its third point r strictly outside the strip bounded by l' and l''.

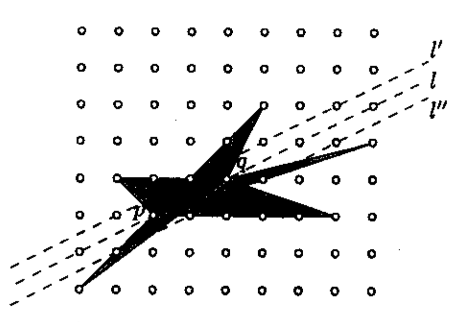

Fig. 5. A prime segment pq in a 9×9 integer grid with the according lines l, l', and l''. Gray triangles are interior-empty and have the third point outside the strip $l'l''$.

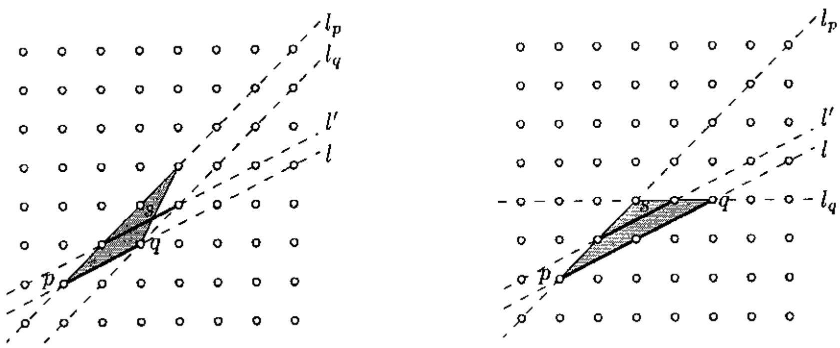

Fig. 6. Lines l_p and l_q for a non-prime segment pq (left) or a prime segment pq (right).

A necessary condition for Δ to be interior-empty is that both, pr and qr, 'pass through' the same prime segment s on l' (or l''). Moreover, at least one of the supporting lines of pr and qr contains an endpoint of s. To see this, w.l.o.g., let s be a prime segment on l'. Further, let l_p be the line through p and one endpoint of s and l_q be the line through q and the other endpoint of s such that l_p and l_q do not cross between l and l'. See Fig. 6.

Consider the region A that contains s and is bounded by l, l_p, and l_q. Note that A is a half-strip, if pq is a prime segment, or triangular, otherwise; see Fig. 6 again. Moreover, as s is a prime segment, the interior of A does not contain any point of G. Thus, any point seen from both p and q through s lies on the boundary of A, more precisely, on l_p or l_q. Using this latter property, we derive an upper bound on the number of points r that are visible from p and q via s by counting the number of points on such supporting lines.

Consider first the case that pq is a horizontal segment, i.e., $q - p = (d_x, 0)$. Then the according lines through p (or q) and a point of a prime segment on l' (or l'') have slopes in the range $\{(0,1), (\pm 1, 1), (\pm 2, 1), \ldots, (\pm\sqrt{n}, 1)\}$. Assuming that all these lines in fact exist for pq in G, we obtain the following upper bound for the total number of interior-empty triangles incident to pq (the term $3\sqrt{n}$ is for triangles having the third point on l, l', or l'').

$$3\sqrt{n} + 2 \cdot \sum_{i=-\sqrt{n}}^{-1} \left\lceil \frac{\sqrt{n}}{|i|} \right\rceil + 2 \cdot \sqrt{n} + 2 \cdot \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} \left\lceil \frac{\sqrt{n}}{|i|} \right\rceil = O\big(\sqrt{n}\log(n)\big) \tag{3}$$

For the general case of pq being a segment with $q - p = (d_x, d_y)$, its supporting line l has slope $(d'_x, d'_y) = (\frac{d_x}{\gcd(d_x,d_y)}, \frac{d_y}{\gcd(d_x,d_y)})$. The according slopes of the lines through p (or q) and a point of a prime segment on l' (or l'') differ from each other by a multiple of (d'_x, d'_y). As d'_x and d'_y are integers with $\max\{d'_x, d'_y\} \geq 1$, the according number of interior-empty triangles for a general segment cannot exceed the bound in (3) for a horizontal segment. $\square$

Theorem 6. *For every constant $k \geq 4$ and every number $n \geq k$ with $\sqrt{n} \in \mathbb{N}$, there exist sets with n points in general position that admit at most $O(n^{\frac{k+1}{2}}(\log n)^{k-3})$ k-holes.*

Proof. The point set S we consider is the squared Horton set of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$; see [27]. Roughly speaking, S is a grid which is perturbed such that every set of originally collinear points forms a Horton set. For any two points $p, q \in S$, the number of empty triangles that have the segment pq as an edge is bound from above by the number of (possibly degenerate) interior-empty triangles incident to the according segment in the regular grid. By Lemma 5, this latter number is at most $O(\sqrt{n}\log n)$.

To estimate the number of k-holes in S, we use triangulations and their dual: In the dual graph of a triangulation, every triangle is represented as a node, and two nodes are connected iff the corresponding triangles share an edge. For the triangulation of a k-hole, this gives a binary tree which can be rooted at any triangle that has an edge on the boundary of the k-hole. It is well-known that there are $O(4^k \cdot k^{-\frac{3}{2}})$ such rooted binary trees [21]. Although exponential in k, this bound is constant with respect to the size n of S.

Now pick an empty triangle Δ in S and an arbitrary rooted binary tree B of size $k-2$. Consider all k-holes which admit a triangulation whose dual is B rooted at Δ. Note that each such k-hole contains Δ. We "build" and count (triangulations of) these k-holes by starting from Δ and following the edges of B. As by Lemma 5, the number of empty triangles incident to an edge in S is $O(\sqrt{n}\log n)$, each of the $k-3$ edges in B yields $O(\sqrt{n}\log n)$ possibilities to continue a triangulated k-hole, and we obtain an upper bound of $O((\sqrt{n}\log n)^{k-3})$ for the number of triangulations of k-holes for Δ that represent B. Multiplying this by the (constant) number of rooted binary trees of size $k-2$ does not change the asymptotics and thus yields an upper bound of $O((\sqrt{n}\log n)^{k-3})$ for the number of all triangulations of all k-holes containing Δ. As any k-hole can be triangulated, this is also an upper bound for the number of k-holes containing Δ. Finally, as there are $O(n^2)$ empty triangles in S (see [7]), we obtain $O(n^2(\sqrt{n}\log n)^{k-3}) = O(n^{\frac{k+1}{2}}(\log n)^{k-3})$ as an upper bound for the number of k-holes in S. $\square$

A lower bound on the minimum number of (general) *k*-holes

Every set of k points admits at least one polygonization. Combining this obvious fact with Theorem 6 in [4], we obtain the following result (see [3] for a full proof).

Theorem 7. *Let S be a set of n points in the plane in general position. For every $c < 1$ and every $k \leq c \cdot n$, S contains $\Omega(n^2)$ k-holes.*

While at first glance this result seems easy to improve, note that a general super-quadratic lower bound for the number of k-holes for any constant k would solve a conjecture of Bárány in the affirmative, showing that every point set contains a segment that spans a super-constant number of 3-holes; see e.g. [8, Chapter 8.4, Problem 4]. This might also be a first step towards proving a quadratic lower bound for the number of convex 5-holes. So far, not even a super-linear bound is known for the latter problem [8, Chapter 8.4, Problem 5].

The results in Section 5.3 imply that if there exist point sets with only a quadratic number of 4-holes, then they cannot have a grid-like structure. In particular, the currently best known configuration for minimizing the numbers of convex k-holes, the squared Horton set, cannot serve as an example. Due to this and several other observations we state the following conjecture.

Conjecture 8. *For any constant $k \geq 4$, any n-point set in general position contains $\omega(n^2)$ general k-holes.*

A lower bound on the number of general *k*-holes in any perturbed grid

As in Section 5.1, we first deal with the regular integer grid and then derive results for perturbed grids. We again consider an integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$. Similar to prime segments, we denote a k-gon in G where all edges are prime segments of G as a *prime k-gon*. We start by giving a lower bound for the number of prime 4-holes (see [3] for a proof).

Theorem 9. *The number of prime 4-holes contained in an integer grid of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ is $\Omega(n^2 \log n / \log\log n)$.*

For every constant $k \geq 4$, a prime 4-hole can be extended to a prime k-hole by adding nearby points of the grid. As on the other hand, one prime k-hole contains only a constant number of prime 4-holes, we have:

Corollary 10. *For any constant $k \geq 4$, the integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ contains $\Omega(n^2 \log n / \log\log n)$ prime k-holes.*

In contrast to the bound in Theorem 6, the bound in Corollary 10 is independent of k. The following alternative bound again depends on k.

Theorem 11. *For every $c < 1$ and every $3 \leq k \leq c \cdot 2\sqrt{n}$, the integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ contains $\Omega(n^{\lfloor k/2 \rfloor/2+1})$ prime k-holes.*

Proof. Consider a k-hole H for which the following properties hold: (i) H is spanned by points in consecutive rows of G, (ii) the lowest of these rows contains exactly one point of H, (iii) the highest of these rows contains one or two points of H, and (iv) all rows in-between contain exactly two points of H that are consecutive in the row (but in general not consecutive along the boundary of H). Fig. 7 shows examples of such k-holes for $k \in \{6, 7, 8\}$.

Clearly, all such k-holes are prime. Further, any such k-hole contains points from $\lfloor \frac{k-2}{2} \rfloor + 2 = \lfloor \frac{k}{2} \rfloor + 1$ rows of G. This gives $\sqrt{n} - \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ possible rows for the lowest point of the k-hole. Further, in every row there are $\sqrt{n}$ or $\sqrt{n} - 1$ possibilities to choose the one or two points for the k-hole, respectively. This gives a total of at least

$$\left(\sqrt{n} - \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor\right) \cdot (\sqrt{n} - 1)^{(\lfloor \frac{k}{2}+1 \rfloor)}$$

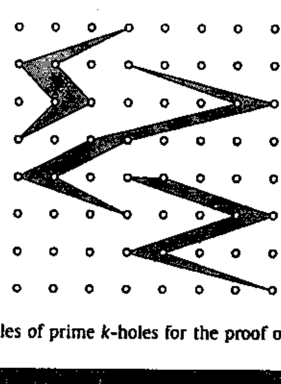

Fig. 7. Examples of prime k-holes for the proof of Theorem 11.

such k-holes in G. For every $c < 1$ and every $3 \le k \le c \cdot 2\sqrt{n}$, the first factor is $\Omega(\sqrt{n})$. This implies a lower bound of $\Omega(\sqrt{n}^{\lfloor k/2 \rfloor+2}) = \Omega(n^{\lfloor k/2 \rfloor/2+1})$ on the number of these k-holes and thus on the total number of k-holes in G. □

When comparing the two lower bounds provided in Corollary 10 and Theorem 11, we observe that the bound from Theorem 11 beats the one from Corollary 10 for $k \ge 6$, while Corollary 10 gives a better bound for $k \in \{4, 5\}$.

As a last result of this section, we translate these bounds from the integer grid G to grid-like sets of points in general position (for example squared Horton sets). To this end, let an ε-perturbation $p_\varepsilon(G)$ of G be a perturbation where every point of G is replaced by a point at distance at most ε. Observe that there exists an $\varepsilon > 0$ such that for any ε-perturbation $p_\varepsilon(G)$ of G, every prime k-hole in G is also a k-hole in $p_\varepsilon(G)$. This is not true (not even for arbitrarily small ε) for a non-prime k-hole in G, i.e., a k-hole having on its boundary points of G that are not vertices of that k-hole. Using Corollary 10 and Theorem 11, we obtain the following statement.

Corollary 12. *There exists an $\varepsilon > 0$ such that any ε-perturbation $p_\varepsilon(G)$ of an integer grid G of size $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ contains*

$\Omega(n^2 \log n / \log\log n)$ 4-holes,
$\Omega(n^2 \log n / \log\log n)$ 5-holes, and
$\Omega(n^{\lfloor k/2 \rfloor/2+1})$ k-holes for any $6 \le k \le c \cdot 2\sqrt{n}$ with $c < 1$.

6. Conclusion

We have shown various lower and upper bounds on the numbers of convex, non-convex, and general k-holes and k-gons in point sets. Several questions remain unsettled, where the maybe most intriguing open question is to prove Conjecture 8, i.e., to show a super-quadratic lower bound for the number of general k-holes for $k \ge 4$.

Acknowledgements

Research on this topic was initiated during the *Third Workshop on Discrete Geometry and its Applications* in Morelia (Michoacán, Mexico). We thank Edgar Chávez and Feliu Sagols for helpful discussions. An extended abstract of part of this article has been presented in [2].

References

[1] O. Aichholzer, [Empty] [colored] k-gons – Recent results on some Erdős-Szekeres type problems, in: Proc. EGC2009, Zaragoza, Spain, 2009, pp. 43–52.
[2] O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M.A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, P. Valtr, B. Vogtenhuber, On k-gons and k-holes in point sets, in: Proc. CCCG'11, Toronto, Canada, 2011, pp. 21–26.
[3] O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M.A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, P. Valtr, B. Vogtenhuber, On k-gons and k-holes in point sets, arXiv:1409.0081, 2014.
[4] O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. Gonzlez-Aguilar, T. Hackl, M.A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, B. Vogtenhuber, 4-holes in point sets, Comput. Geom. 47 (2014) 644–650, Special issue of EuroCG'11.
[5] O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, T. Hackl, C. Huemer, A. Pilz, B. Vogtenhuber, Lower bounds for the number of small convex k-holes, Comput. Geom. 47 (2014) 605–613.
[6] O. Aichholzer, T. Hackl, B. Vogtenhuber, On 5-gons and 5-holes, in: Computational Geometry, in: LNCS, vol. 7579, 2012, pp. 1–13. Special issue of EGC2011.
[7] I. Bárány, P. Valtr, Planar point sets with a small number of empty convex polygons, Studia Sci. Math. Hung. 41 (2004) 243–266.
[8] P. Brass, W. Moser, J. Pach, Research Problems in Discrete Geometry, Springer, 2005.
[9] K. Dehnhardt, Leere konvexe Vielecke in ebenen Punktmengen, PhD thesis, TU, Braunschweig, Germany, 1987, in German.
[10] P. Erdős, Some more problems on elementary geometry, Aust. Math. Soc. Gaz. 5 (1978) 52–54.
[11] P. Erdős, R. Guy, Crossing number problems, Am. Math. Mon. 88 (1973) 52–58.
[12] P. Erdős, G. Szekeres, A combinatorial problem in geometry, Compos. Math. 2 (1935) 463–470.
[13] P. Erdős, G. Szekeres, On some extremum problems in elementary geometry, Ann. Univ. Sci. Bp. Rolando Eötvös Nomin., Sect. Math. 3/4 (1960) 53–62.
[14] A. García, A note on the number of empty triangles, in: Computational Geometry, in: LNCS, vol. 7579, 2012, pp. 249–257, Special issue of EGC2011.
[15] A. García, M. Noy, J. Tejel, Lower bounds on the number of crossing-free subgraphs of K_n, Comput. Geom. 16 (2000) 211–221.
[16] T. Gerken, Empty convex hexagons in planar point sets, Discrete Comput. Geom. 39 (1–3) (2008) 239–272.
[17] H. Harborth, Konvexe Fünfecke in ebenen Punktmengen, Elem. Math. 33 (1978) 116–118, in German.
[18] J. Horton, Sets with no empty convex 7-gons, Can. Math. Bull. 26 (4) (1983) 482–484.
[19] J. Kalbfleisch, J. Kalbfleisch, R. Stanton, A combinatorial problem on convex n-gons, in: Proc. Louisiana Conference on Combinatorics, Graph Theory and Computing, Louisiana State University, 1970, pp. 180–188.
[20] V.A. Koshelev, On Erdős-Szekeres problem for empty hexagons in the plane, Model. Anal. Inf. Sist. 16 (2009) 22–74, in Russian.
[21] J.A.D. Loera, J. Rambau, F. Santos, Triangulations: Structures for Algorithms and Applications, Algorithms and Computation in Mathematics, vol. 25, Springer-Verlag, 2010.
[22] C. Nicolás, The empty hexagon theorem, Discrete Comput. Geom. 38 (2) (2007) 389–397.
[23] R. Pinchasi, R. Radoičić, M. Sharir, On empty convex polygons in a planar point set, J. Comb. Theory, Ser. A 113 (2006) 385–419.
[24] M. Sharir, A. Sheffer, E. Welzl, Counting plane graphs: perfect matchings, spanning cycles, and Kasteleyn's technique, J. Comb. Theory, Ser. A 120 (2013) 777–794.
[25] G. Szekeres, L. Peters, Computer solution to the 17-point Erdős-Szekeres problem, ANZIAM J. 48 (2) (2006) 151–164.

[26] [illegible] Valtr, The Erdős–Szekeres theorem: upper bounds and related results, in: J.E. Goodman, J. Pach, E. Welzl (Eds.), Combinatorial and Computational Geometry, vol. 52, 2005, pp. 557–568.
[27] [illegible] convex independent sets and 7-holes in restricted planar point sets, Discrete Comput. Geom. 7 (1992) 135–152.
[28] [illegible] on empty pentagons and hexagons in planar point sets, in: Proc. CATS2012, Melbourne, Australia, 2012, pp. 47–48.
[29] [illegible]huber, Combinatorial aspects of [colored] point sets in the plane, PhD thesis, Institute for Software Technology, Graz University of Technology, Austria, 2011.

Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana

Azcapotzalco

Otorga la presente

Constancia

a: **Marco Antonio Heredia Velasco**

por participar en el Taller de Geometría, Combinatoria y Algoritmos, con duración de 24 horas, del 14 al 16 de abril del presente año.

México D.F., a 16 de abril de 2014

[redacted]

Dr. Luis Enrique Noreña Franco
Director de la
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Dr. Rafael López Bracho
Coordinador del
Posgrado en Optimización

Casa abierta al tiempo
Universidad Autónoma Metropolitana
Azcapotzalco

Posgrado/603
México, D.F. a 21 de noviembre de 2014.

Dr. Marco Antonio Herrera Velasco
Profesor visitante de tiempo completo
Departamento de Sistemas
UAM Azcapotzalco

Estimado Doctor,

Me dirijo a usted, a nombre del Comité de estudios del Posgrado en Optimización, para invitarlo a participar como integrante del jurado evaluador del informe de avance del proyecto de investigación titulado: Aplicación de bases de Gröbner para programación entera y álgebra, que realiza el Mtro. Rodrigo Alexander Castro Campos, alumno del Doctorado en Optimización, para que junto con la realización del Examen predoctoral correspondiente, determine su viabilidad y pertinencia. El alumno cursa actualmente el cuarto trimestre del Doctorado en Optimización y desarrolla la actividad de investigación antes mencionada como propuesta del proyecto de tesis. Esta invitación se le presenta en virtud de que dicho comité considera que usted cuenta con una amplia trayectoria académica en el área del trabajo del proyecto de investigación.

En caso de aceptar, solicito que junto con los demás integrantes del jurado determinen la evaluación correspondiente en el examen predoctoral que tendrá lugar el lunes 8 de diciembre a las 11:30 horas

Atentamente
"Casa abierta al tiempo"

[redacted]

Dr. Rafael López Bracho
Coordinador del Posgrado en Optimización

Universidad Autónoma Metropolitana Casa abierta al tiempo Azcapotzalco CBI DIVISIÓN CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
RECIBI
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS

Universidad
Autónoma
Metropolitana

Casa abierta al tiempo **Azcapotzalco**

Consejo Divisional
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

[illegible] 848/14
[illegible] de julio de 2014

Dra. Silvia Beatriz González Brambila (Coordinadora)

Mtro. Rogelio Herrera Aguirre (Depto. CB)

Dr. Marco Antonio Herrera Velasco (Depto. Sistemas)

Dr. Francisco Zaragoza Martínez (Depto. Sistemas)

Presentes

Les comunico que han sido designados para integrar la Comisión de Sinodales que aplicará el examen de conjunto, en los términos del Artículo 48 Frac. II del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, del alumno: *Francisco Hermosillo García González (204301654)* quien está realizando el trámite de Recuperación de la Calidad de Alumno.

El examen está previsto para el día **martes 26 de agosto del presente año, a partir de las 11:00 horas en la Sala de juntas de Electrónica, ubicada en el edificio H-segundo piso.**

Una vez que la Comisión haya aplicado el examen, deberá comunicarse el resultado del mismo, mediante un dictamen firmado por sus integrantes, lo más pronto posible.

Sin más por el momento, reciban un cordial saludo.

Atentamente
"Casa abierta al tiempo"

[redacted]

Dra. María de Lourdes Delgado Núñez
Secretaria

Interesado
Minutario

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, 02200 México, D.F., Edificio HP 1er. piso.
Tel. 5318 9499 , 5318 9004

Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Sistemas

23 DE MAYO DE 2014.
CBI.S.139/14

Marco Antonio Heredia
Francisco Zaragoza Martínez
Germán Téllez Castillo
Silvia Beatriz González Brambila
Javier Ramírez Rodríguez
Risto Fermín Rangel kuoppa
Oscar Herrera Alcántara

PRESENTES

El proceso de reestructuración de Grupos Temáticos, tiene como objetivo procurar el mejoramiento de la docencia en el Departamento de Sistemas, a través de su desarrollo como una actividad colectiva de análisis, discusión y realización de actividades docentes.

Por tal razón los invito a formar parte de la Comisión Académica del Grupo Temático "**Algoritmos**" encargada de cumplir con lo establecido en los lineamientos del Consejo Divisional de CBI para el funcionamiento de los grupos temáticos de docencia, asociadas con las UEA:

- **Análisis y diseño de algoritmos***
  UEA optativa
- **Complejidad Computacional**
- **Taller de Análisis y Diseño de Algoritmos**
- **Geometría Computacional**

El Dr. **Marco Antonio Heredia** se encargará de la coordinación de la comisión. Los espero en la reunión de instalación de la comisión el próximo viernes 23 a las 13:00 horas en el HO tercer piso.

Agradeciendo de antemano su atención, reciban un cordial saludo.

Atentamente
"CASA ABIERTA AL TIEMPO"

[redacted]

M. EN C. RAFAELA BLANCA SILVA LÓPEZ
JEFA DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS.

RBSL/amdd

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, 02200-México, D.F.
Tel.: 5318 9094 Fax: 5394 4534 Conmutador: 5318 9532 Conmutador UAM: 5318 9000 http://www.sistemas.azc.uam.mx

Universidad
Autónoma
Metropolitana
Casa abierta al tiempo
Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Sistemas

23 DE MAYO DE 2014.
CBI.S.137/14

Gueorgi Khatchatourov
Germán Téllez Castillo
Francisco Cervantes De la Torre
Risto Fermín Rangel Kuoppa
Laura Patricia Ramírez Rivera
Marco Antonio Heredia

PRESENTES

El proceso de reestructuración de Grupos Temáticos, tiene como objetivo procurar el mejoramiento de la docencia en el Departamento de Sistemas, a través de su desarrollo como una actividad colectiva de análisis, discusión y realización de actividades docentes.

Por tal razón los invito a formar parte de la Comisión Académica del Grupo Temático "**Graficación y visualización**" encargada de cumplir con lo establecido en los lineamientos del Consejo Divisional de CBI para el funcionamiento de los grupos temáticos de docencia, asociadas con las UEA:

- **Gráficas por computadora**
- **Interacción humano computadora**

El Dr. **Gueorgi Khatchatourov** se encargará de la coordinación de la comisión. Los espero en la reunión de instalación de la comisión el próximo viernes 23 a las 13:00 horas en el HO tercer piso.

Agradeciendo de antemano su atención, reciban un cordial saludo.

Atentamente
"CASA ABIERTA AL TIEMPO"

[redacted]

M. EN C. RAFAELA BLANCA SILVA LÓPEZ
JEFA DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS.

RBSL/amdd

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, 02200-México, D.F.
Tel.: 5318 9094 Fax: 5394 4534 Conmutador: 5318 9532 Conmutador UAM: 5318 9000 http://www.sistemas.azc.uam.mx

Casa abierta al tiempo
Universidad Autónoma Metropolitana
Azcapotzalco

Otorga el presente

Reconocimiento

a: **Marco Antonio Heredia Velasco**

por haber organizado
el "XI Concurso de Programación de la UAM"

México, D.F., a 24 de octubre de 2014

[redacted]

Dr. Luis Enrique Noreña Franco
Director
de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Dr. Rafael López Bracho
Coordinador
del Posgrado en Optimización

Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana

Azcapotzalco

Otorga la presente

Constancia

a: **Marco Antonio Heredia Velasco**

por haber organizado las "3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas", realizadas los días 17 y 18 de julio de 2014.

México, D.F., a 18 de julio de 2014.

[redacted]

Mtra. Rafaela Blanca Silva López
Jefa del
Departamento de Sistemas

[redacted]

Dr. Luis E. Noreña Franco
Director de la
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana

Azcapotzalco

Otorga la presente

Constancia

a: **Marco Antonio Heredia Velasco**

por haber dictado la ponencia

Sacando Piedras

dentro de las "3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas", realizadas los días 17 y 18 de julio de 2014.

[redacted]

Mtra. Rafaela Blanca Silva López
Jefa del
Departamento de Sistemas

[redacted]

Dr. Luis E. Noreña Franco
Director de la
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

[redacted]

Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana

Azcapotzalco

Otorga la presente

Constancia

a: **Marco Antonio Heredia Velasco**

por impartir dentro del Festival Galois, invierno 2015,
la conferencia:

Convexos, órdenes parciales y excavación

México D.F. a 3 de febrero de 2015.

[redacted]

Dr. Luis Enrique Noreña Franco
Director de la
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

[redacted]

Dr. David Elizarraraz Martínez
Jefe de Departamento de
Ciencias Básicas

Mtro. Rogelio Herrera Aguirre
Coordinador del
Festival Galois

Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana

Azcapotzalco

Otorga el presente

Reconocimiento

a:

Marco Antonio Heredia Velasco

Por su participación en el curso "Herramientas para el seguimiento de Grupos Temáticos "

México D.F. 1 y 3 de julio de 2014

[redacted]

M. en C. Rafaela Blanca Silva López

[redacted]

M. en C. Hugo Pablo Leyva

Universidad
Autónoma
Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Sistemas

México, D.F. a 19 de mayo de 2014

A quien corresponda

Por este medio hago constar que el Dr. Marco Antonio Heredia Velasco, adscrito como profesor visitante del Departamento de Sistemas, desarrolló *material didáctico* para la UEA de "*Interacción Humano-Computadora*"; curso perteneciente a carrera de Ingeniería en Computación e impartido por este departamento.

El material didáctico recibido está conformado por los siguientes componentes:

- Diapositivas para los temas más relevantes del curso.
- Compendio de Prácticas, Tareas y Exámenes sugeridos para el curso.
- Temas para exposición, por parte de los estudiantes del curso, sobre investigación de vanguardia de *Interacción Humano-Computadora*.
- Recopilación de material complementario: libros, videos, cursos en línea, etc. El material de este punto no es de autoría del Dr. Heredia, y en su mayoría puede ser encontrado en internet.

Dicho material fue entregado de forma física (en un CD) y en su mayoría también fue subido a la página Web de *e-learning* del Departamento de Sistemas, en la siguiente liga:
http://elearning.azc.uam.mx:7080/portal/site/ihc2

El uso que se dará al material entregado por el Dr. Heredia, dentro del Departamento de Sistemas, será el de apoyar tanto a profesores como a alumnos en las subsecuentes imparticiones de dicha UEA, además de tomarse como base para el diseño de dicha UEA como curso no presencial.

Sin más por el momento, reciban un cordial saludo.

ATENTAMENTE

[redacted]

M. en C. Rafaela Blanca Silva López
Jefa del departamento de Sistemas.

Universidad Autónoma Metropolitana Casa abierta al tiempo Azcapotzalco CBI DIVISIÓN CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
21 MAY 2014
RECIBI
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS

Plan de Trabajo 07/2015 - 07/2016. Renovación de Contrato Profesor Visitante

Dr. Marco Antonio Heredia Velasco

29 de abril de 2015

Introducción

Con el fin de renovar, por segunda vez, la vigencia de mi contrato como profesor visitante del Departamento de Sistemas de la UAM Azcapotzalco, me permito proponer el siguiente plan de trabajo para el periodo comprendido entre julio de 2015 a julio de 2016.

A lo largo de este plan expondré mis objetivos a cumplir en lo que respecta a: docencia, formación de recursos humanos, investigación, y la difusión y preservación de la cultura.

1. Docencia

Una de las actividades principales que he desempeñado como profesor visitante en la UAM-A es la docencia. Por tanto, uno de mis objetivos en caso de la renovación de mi contrato, será seguir desempeñando esta labor, apoyando al Departamento de Sistemas en los cursos correspondientes a la Licenciatura en Ingeniería en Computación.

De acuerdo a mi perfil, puedo colaborar en la impartición de las siguientes UEAs:

- 1151061 Complejidad Computacional
- 1151040 Análisis y Diseño de Algoritmos
- 1151042 Algoritmos y Estructuras de Datos

- 1151064 Taller de Análisis y Diseño de Algoritmos
- 1151067 Temas Selectos de Algoritmos
- 1151066 Geometría Computacional
- 1151018 Sistemas Operativos
- 1151052 Interacción Humano-Computadora
- 1151038 Programación Estructurada
- 1151044 Programación Orientada a Objetos
- 1151072 Laboratorio de Programación Orientada a Objetos
- 1151041 Almacenamiento y Estructuras de Archivos
- 1151051 Gráficas por Computadora

De forma adicional, también me es posible apoyar a la Maestría en Optimización de la UAM Azcapotzalco con la impartición de los siguientes cursos:

- 115863 Programación Matemática
- 115865 Laboratorio de Optimización
- 115869 Teoría de Gráficas
- 115870 Optimización en Redes

2. Formación de Recursos Humanos

Tengo planeado seguir colaborando con la formación de recursos humanos dentro de la UAM-A. Primero llevando a buen término los proyectos de integración de los dos estudiantes que actualmente estoy coasesorando. Y también, coasesorar al menos otros dos estudiantes durante el mencionado periodo de un año, si es que se da la recontratación.

La metodología de investigación que sigo alienta a que los estudiantes se involucren activamente en el proceso de investigación, para que no les parezca ajeno o que sólo está al alcance de unos cuantos. En este sentido, estoy seguro que los estudiantes que llegue a tener a mi cargo desarrollaran proyectos teminales de alta calidad e inovación.

3. Investigación

Otro de mis principales objetivos es seguir desarrollando investigación de vanguardia. En particular en áreas como: "Análisis de Algoritmos", "Geometría Computacional" y "Matemáticas Discretas". Esta última comprende un extenso número de temas de estudio, por lo que es necesario especificar que he fijado mi atención en problemas de tipo geométrico pertenecientes a las sub-ramas de "Teoría de Gráficas" y "Combinatoria".

En ese mismo órden de ideas, seguiré colaborando activamente en los proyectos de investigación de los miembros del Área de Optimización Combinatoria, área a la que pertenezco.

También está en mis objetivos segir buscando subvención económica extra, por parte de instituciones como el CONACYT, para disponer de más recursos para aumentar mi nivel de producción y asegurar mi investigación en forma de proyectos.

A manera de referencia, expongo dos problema de investigación en los que pienso trabajar a corto plazo:

3.1. Triángulos con un sólo punto dentro

Dado un conjunto S de n puntos en el plano, se quiere seleccionar el mayor número de triángulos con vértices en S que cumplan con las siguientes propiedades:

- Todos los triángulos tienen interiores ajenos.
- Cada triángulo tiene exactamente un punto de S en su interior.

En la Figura 1 se muestra un ejemplo de conjunto S en el que, no importando cómo se haga, no se pueden seleccionar más de 2 triángulos que cumplan con las características mencionadas arriba.

Se conjetura que el máximo número de triángulos de este tipo, que puede tener un conjunto de n puntos en el plano, es a lo más $\frac{2n}{3}$.

3.2. Rectángulo de consulta con pesos

Sea S un conjunto de puntos en el plano y en posición general, tal que cada uno tiene asociado un peso positivo. Sea p un punto que no está en S, con peso w. Determinar el rectángulo isotético R de área mínima que contenga

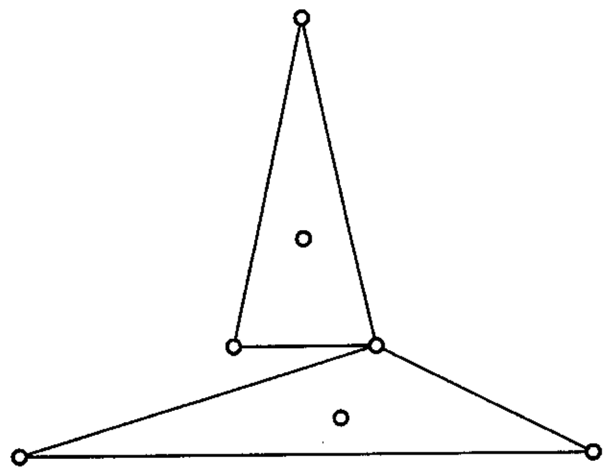

Figura 1: Conjunto de 7 puntos con dos triángulos seleccionados que cumplen con las características deseadas.

a p, tal que la suma de los pesos de los puntos de S que pertenezcan a R sea mayor o igual a w, ver Figura 2.

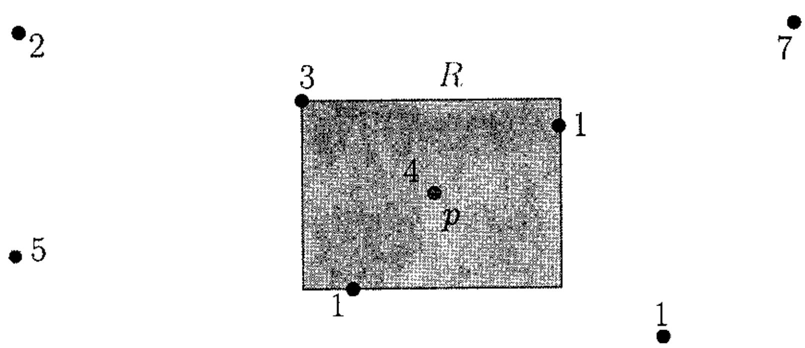

Figura 2: Rectángulo de área mínima correspondiente al peso 4 asignado a p.

4. Difusión y preservación de la cultura

Para complementar mis actividades, seguiré dedicando tiempo a la divulgación de mi trabajo en particular y de mi área de experticia en general, tanto a estudiantes como a profesores.

Currículum Vítae

Dr. Marco Antonio Heredia Velasco

21 de abril de 2015

1. Datos Personales

Fecha d[redacted]
Naciona[redacted]
E-mail [redacted]
Direcció[redacted]eyes Culhuacán.
Del[redacted]

2. Adscripción Actual

- Profesor visitante Titular "A" tiempo completo, Departamento de Sistemas, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco.

3. Formación Académica

- Doctorado en Ciencias (Computación):
Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación, UNAM (2008-2013). Tesis: *Sobre conjuntos de puntos en el plano (estructuras y movimiento).* Tutor: Dr. Jorge Urrutia Galicia. Fecha de examen: 11 de abril de 2013.

- Maestría en Ciencias (Computación):
Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación, UNAM (2005–2007). Tesis: *Particiones en m-ágonos de familias de puntos k-coloreados.* Aprobado con "Mención Honorífica". Tutor: Dr. Jorge Urrutia Galicia. Fecha de examen: 7 de diciembre de 2007.

- Licenciatura en Ciencias de la Computación:
Facultad de Ciencias, UNAM (1999–2004). Tesis: *Cuadrilaterizaciones Convexas con pocos puntos Steiner.* Tutor: Dr. Jorge Urrutia Galicia. Fecha de examen: 1 de julio de 2005.

4. Reconocimiento académico

- *Investigador Nacional Nivel I* en el Sistema Nacional de Investigadores (SNI) del CONACYT (Convocatoria para ingreso 2014).
- Beneficiario de becas de CONACYT durante mis estudios de maestría y doctorado, cumpliendo en ambos casos con mi compromiso ante dicha entidad.
- Obtención de grado de maestría con *Mención Honorífica* (diciembre 2007).
- Contratado a través del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), para apoyar en los proyectos de investigación del Dr. Jorge Urrutia Galicia, Investigador Nacional Nivel III de dicho sistema (enero 2003 – enero 2006).

5. Formación de Recursos Humanos

5.1. Docencia

- (Trimestre 15-I) Maestría en Optimización, UAM - Azcapotzalco.
  Curso: *Laboratorio de Optimización.*
- (Trimestre 15-I) Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco.
  Cursos: *Análisis y Diseño de Algoritmos*; y *Algoritmos y Estructuras de Datos.*
- (Trimestre 14-O) Maestría en Optimización, UAM - Azcapotzalco.
  Curso: *Laboratorio de Optimización.*
- (Trimestre 14-O) Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco.
  Cursos: *Análisis y Diseño de Algoritmos*; y *Algoritmos y Estructuras de Datos.*
- (Trimestre 14-P) Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco.
  Curso: *Algoritmos y Estructuras de Datos.*
- (Trimestre 14-I) Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco.
  Cursos: *Análisis y Diseño de Algoritmos*; *Interacción Humano-Computadora*; y *Geometría Computacional.*
- (Trimestre 13-O) Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco.
  Cursos: *Sistemas Operativos*; e *Interacción Humano-Computadora.*
- (Semestre 2013-1) Lic. en C. de la Computación, Fac. de Ciencias, UNAM.
  Curso: *Estructuras Discretas.*

- (Semestre 2012-1) Lic. en C. de la Computación, Fac. de Ciencias, UNAM. Curso: *Matemáticas Discretas*.
- (2006–2009) Ayudante de Profesor B. Lic. en C. de la Computación, Fac. de Ciencias, UNAM. Cursos: *Análisis de Algoritmos I*; *Análisis de Algoritmos II*; y *Geometría Computacional*.

5.2. Trabajos de titulación dirigidos y revisados

- Coasesor de: José Daniel Faustinos Vargas. Proyecto de Integración: *Identificación de una configuración en un conjunto de puntos en el plano.* Ingeniería en Computación (abril 2015).
- Sinodal de: Luis Francisco Hernández Sánchez. Tesis: *Un problema de barrido de calles.* Maestría en Optimización, UAM - Azcapotzalco (febrero 2015).
- Coasesor de: Ángel Pérez García. Proyecto de Integración: *Transmisión de archivos de texto cifrados usando esteganografía en imágenes GIF.* Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco (enero 2015).
- Coasesor de: Tanaidy Garduño Villaseñor. Proyecto de Integración: *Búsqueda Armónica para resolver un problema de asignación de unidades de enseñanza y aprendizaje.* Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco (agosto 2014).
- Sinodal de: Juan Alfredo Cruz Carlón. Tesis: *Triangulaciones de número cromático mínimo.* Lic. en Ciencias de la Computación, Fac. Ciencias, UNAM (agosto 2011).
- Sinodal de: Joel David Rojas Avella. Tesis: *Convexos de pesos particulares sobre conjuntos de puntos etiquetados.* Matemático, Fac. Ciencias, UNAM (octubre 2009).

6. Producción Científica

6.1. Artículos de Investigación

- En revista indizada

  1. O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M. A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, P. Valtr, y B. Vogtenhuber. *On k-gons and k-holes in point sets.* Computational Geometry: Theory and Applications. En línea: http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2014.12.007

2. O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M. A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, y B. Vogtenhuber. *4-holes in point sets.* Computational Geometry: Theory and Applications, 47(6):644–650, 2014.
3. C. Bautista-Santiago, M. A. Heredia, C. Huemer, A. Ramírez-Vigueras, C. Seara, y J. Urrutia. *On the number of edges in geometric graphs without empty triangles.* Graphs and Combinatorics, 29(6):1623–1631, 2013.
4. J. M. Díaz-Báñez, R. Fabila-Monroy, D. Flores-Peñaloza, M. A. Heredia, y J. Urrutia. *Min-energy broadcast in mobile ad hoc networks with restricted motion.* Journal of Combinatorial Optimization, 24:413–426, 2012.
5. M. A. Heredia y J. Urrutia. *On Convex Quadrangulations Of Point Sets On The Plane.* En: *Discrete Geometry, Combinatorics and Graph Theory,* Lecture Notes in Computer Science, 4381:38–46, 2007.

- Por aparecer

1. J. M. Díaz-Báñez, M. A. Heredia, C. Peláez, J. A. Sellarès, J. Urrutia, e I. Ventura. *Convex blocking and partial orders on the plane.* Computational Geometry: Theory and Applications. (Aceptado.)

- Proceedings y Memorias de Congresos

1. J. M. Díaz-Báñez, M. A. Heredia, C. Peláez, J. A. Sellarès, J. Urrutia, e I. Ventura. *Convex blocking and partial orders on the plane.* En: "Proc. 23th Canadian Conference on Computational Geometry CCCG'11", Toronto, Canadá, 2011.
2. O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M. A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, P. Valtr, y B. Vogtenhuber. *On k-gons and k-holes in point sets.* En: "Proc. 23th Canadian Conference on Computational Geometry CCCG'11", Toronto, Canadá, 2011.
3. O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, H. González-Aguilar, T. Hackl, M. A. Heredia, C. Huemer, J. Urrutia, y B. Vogtenhuber. *4-holes in point sets.* En: "Proc. 27th European Workshop on Computational Geometry EuroCG'11", págs. 115–118, Morschach, Suiza, 2011.

6.2. Capítulos en libros científicos

1. *Convex blocking and partial orders on the plane*; J. M. Díaz-Báñez, M. A. Heredia, C. Peláez, J. A. Sellarès, J. Urrutia e I. Ventura. En: "XIV Spa-

nish Meeting on Computational Geometry"; Eds.: P. Ramos y V. Sacristán; Centre de Recerca Matemática; págs. 221–224; 2011; ISSN: 2014-2323.

2. *Min-energy Broadcast in Fixed-trajectory Mobile Ad-hoc Networks*; J. M. Díaz-Báñez, R. Fabila-Monroy, D. Flores-Peñaloza, M. A. Heredia, y J. Urrutia; En: "XIII Encuentros De Geometría Computacional"; Eds.: A. García y J. Tejel; Prensas Universitarias de Zaragoza; págs. 75–82; 2009; ISBN: 978-84-92774-11-1.

6.3. Congresos nacionales e internacionales

- "Festival Galois Invierno 2015", UAM - Azcapotzalco (febrero 2015). Ponencia: *Convexos, órdenes parciales y excavación.*
- "3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas", UAM - Azcapotzalco (julio 2014). Ponencia: *Sacando Piedras.*
- "Congreso de Investigación y Docencia 2011", Facultad de Ciencias, UNAM (2011). Ponencia: *Sacando Piedras.*
- "XIV Spanish Meeting on Computational Geometry" (EGC11), Alcalá de Henares, España (2011). Ponencia: *Convex blocking and partial orders on the plane.*
- "XXVI Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas Combinatoria y sus Aplicaciones". Pachuca, Hidalgo (2011). Ponencia: *4-Hoyos En Conjuntos De Puntos En El Plano.*
- "XXV Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones". Campus Juriquilla de la UNAM, Querétaro, Qro. (2010). Ponencia: *Sacando Piedras.*
- "XIII Encuentros De Geometría Computacional" (EGC09), Zaragoza, España (2009). Ponencia: *Min-Energy Broadcast In Fixed-Trajectory Mobile Ad-Hoc Networks.*
- "Seminario del Departamento de Matemática Aplicada II". Universidad de Sevilla, Sevilla, España (18 de Mayo de 2007). Ponencia: *Comunicación en redes de satélites o sensores móviles.*
- "XXI Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones". Universidad de Guerrero (2006). Ponencia: *Conexidad de la gráfica de m-ágonos de un n-ágono convexo k-coloreado.*

- "XX Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones". Universidad Autónoma de San Luis Potosí (2005). Ponencia: *Cuadrilaterizaciones convexas con pocos puntos Steiner.*

- "XVII Coloquio de Teoría de las Gráficas y sus Aplicaciones". Universidad de Veracruz (2002).

7. Actualización

7.1. Diplomados y cursos recibidos

- "Herramientas para el seguimiento de Grupos Temáticos". UAM - Azcapotzalco, 1 y 3 de julio de 2014.

- "Primera Escuela Mexicana De Invierno De Matemáticas Discretas". Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, México. 24–29 de enero de 2010.

- "Modelación computacional inspirada en Biología y en Bioinformática". Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS), UNAM. Del 5 de septiembre al 12 de octubre de 2005.

7.2. Estancias de Investigación

- Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España. 20–26 de julio de 2009.

- Universidad de Gerona, Gerona, España. 6–17 de julio de 2009. Investigación sobre: Consultas sobre intervalos finitos.

- Universidad de Sevilla, Sevilla, España. 22 de junio – 28 de junio de 2009. Investigación sobre: Ciclos generadores sobre puntos bicoloreados.

- Universidad de Sevilla, Sevilla, España. 4 de febrero – 31 de marzo de 2008. Investigación sobre: Redes ad-hoc de agentes autónomos y móviles.

- Universidad de Sevilla, Sevilla, España. 27 de febrero – 28 de mayo de 2007. Investigación sobre: Particiones en m-ágonos de familias de puntos k-coloreados.

- Universidad de Sevilla, Sevilla, España. 30, 31 de enero y 1 de febrero de 2006. Investigación sobre: Optimización Geométrica Computacional.

7.3. Talleres

- "Taller de Geometría, Combinatoria y Algoritmos". UAM - Azcapotzalco, 14–16 de abril de 2014.
- "Third workshop on Discrete Geometry and its applications". Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán. 23–27 de agosto de 2010.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~talleres/workshop2010/
- "9th Workshop: Routing in Merida". Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán. 2–6 de agosto de 2010.
  http://people.scs.carleton.ca/~kranakis/ROUTING/routing10.html
- "2nd Workshop on Discrete Geometry and its applications". Instituto De Matemáticas UNAM Sede Oaxaca, Oaxaca, Oax. 5–9 de octubre de 2009.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~dflores/OAX09/
- "8th Workshop: Routing In Mérida". Universidad Autónoma De Yucatán, Mérida, Yucatán. 3–7 de agosto de 2009.
  http://people.scs.carleton.ca/~kranakis/ROUTING/routing09.html
- "III Taller Iberoamericano De Geometría Combinatoria Y Computacional". Instituto De Matemáticas UNAM, Sede Oaxaca, Oaxaca, Oax. 26 – 30 de enero de 2009.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~talleres/iberoamericano09/
- "1st Workshop On Discrete Geometry And Its Applications". Instituto De Matemáticas UNAM, Sede Oaxaca, Oaxaca, Oax. 8 – 12 de septiembre de 2008.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~rfabila/OAX08/
- "1er Taller Mexicano De Geometría Computacional". Instituto De Matemáticas, UNAM. 1 – 5 de septiembre de 2008.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~rfabila/DF08/
- "7th Workshop: Routing In Oaxaca". Instituto De Matemáticas UNAM, Sede Oaxaca, Oaxaca, Oax. 4 – 8 de agosto de 2008.
  http://people.scs.carleton.ca/~kranakis/ROUTING/routing08.html
- "II Taller Ibero-Americano de Geometría Combinatoria y Computacional". Universidad de La Laguna, Tenerife, España. 28 de enero al 1 de febrero de 2008.

- "II Taller de Cuadrangulaciones". Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España. 23–25 de enero de 2008.
- "Primer Taller Ibero-Americano de Geometría Combinatoria y Computacional". Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, México. 11–15 de diciembre de 2006.
  http://xochitl.matem.unam.mx/~taller/
- "I Workshop en cuadrangulaciones". Impartido por la Universidad de Sevilla y celebrado en Granada, España. 23–25 de enero de 2006.

8. Otras actividades académicas

8.1. Participación en comisiones académicas

- Jurado del examen predoctoral de Rodrigo Alexander Castro Campos, alumno del Doctorado en Optimización de la UAM-A (diciembre 2014).
- Comisión de sinodales para examen de reingreso del alumno García González Francisco Hermosillo, a la UAM-A (agosto 2014).
- Coordinador de la Comisión Académica del Grupo Temático "Algoritmos" del Departamento de Sistemas, UAM-A (mayo 2014).
- Miembro de la Comisión Académica del Grupo Temático "Graficación y visualización" del Departamento de Sistemas, UAM-A (mayo 2014).
- Comisión de sinodales para examen de reingreso del alumno Peñaloza García José Duvali a la UAM-A (noviembre 2013).

8.2. Coordinación y cooperación en eventos académicos

- Organización del *XI Concurso de Programación de la UAM Azcapotzalco*, realizado del 26 de mayo al 5 de septiembre de 2014 en la UAM-A.
- Coordinación de las *3ras Jornadas de Investigación del Departamento de Sistemas*, realizadas el 17 y 18 de julio de 2014 en la UAM-A.
- Entrendador de un equipo de estudiantes en el *ACM International Collegiate Programming Contest*, celebrado el 8 y 9 de noviembre de 2013 en el ITESM Campus Querétaro.
- Organización del *Décimo Concurso de Programación de la UAM Azcapotzalco*, realizado del 24 de mayo al 9 de noviembre de 2013 en la UAM-A.

8.3. Producción de material didáctico

- Creación y recopilación de material para el curso *Interacción Humano-Computadora* de la carrera de Ingeniería en Computación, UAM - Azcapotzalco (mayo 2014).

9. Desarrollo profesional en Cómputo

9.1. Asesorías

- Posición de "Ayudante de Investigador", auspiciada por el *Sistema Nacional de Investigadores* (SNI) del CONACYT, bajo la supervisión del Dr. Jorge Urrutia Galicia, Investigador Nacional Nivel III de dicho sistema, de enero de 2003 a enero de 2006.

9.2. Proyectos

- Desarrollo de pág. web y apoyo técnico para la próxima "Mexican Conference on Discrete Mathematics and Computational Geometry". A realizarse en en Oaxaca, Oaxaca, del 11–15 de Noviembre de 2013. Implementación utilizando HTML y PHP, y con ayuda de paquetes como WordPress y Piwigo. http://www.matem.unam.mx/jorgefest/

- Desarrollo de pág. web y apoyo técnico para el "XX Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones". Universidad Autónoma de San Luis Potosí (2005). Implementación utilizando Java servlets y HTML.

- Desarrollo de pág. web y apoyo técnico para el "XIX Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones". Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (2004). Implementación utilizando Java servlets y HTML.

- Desarrollo de aplicaciones multimedia para el "Departamento Multimedia" de la "Dirección General de Servicios de Cómputo Académico" (Ahora "Dirección General de Cómputo y Tecnologías de la Información y Comunicación), UNAM. Del 15 de Julio de 2002 al 14 de Febrero de 2003. Desarrollo de componentes multimedia con herramientas como: Director, ActiveX, Shockwave y Authorware. (Servicio Social)

10. Conocimientos Misceláneos

10.1. Lenguajes de Programación

- C, C++ y C#
- Java
- Lisp (Scheme)
- Python
- PHP
- Haskell
- ML
- Ensamblador (i386 y SPARC)
- Prolog
- Lingo

10.2. Idiomas

Inglés: Exp. Escrita: 90 % Exp. Oral: 80 %

Alemán: Exp. Escrita: 70 % Exp. Oral: 50 %

10.3. Sistemas Operativos

- Manejo del entorno Windows (nivel administración básica).
- Manejo del entorno OS X (nivel administración básica).
- Manejo del entorno Linux (nivel administración básica).