UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo **Azcapotzalco**
Departamento de Ciencias Básicas
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

DCB.434.2015
23 de junio de 2015

Dr. Luis Enrique Noreña Franco
Presidente del Consejo Divisional de CBI

P R E S E N T E

Por medio del presente le solicito que presente ante el Consejo Divisional de CBI la propuesta adjunta de creación del "Área de Investigación en Álgebra, Geometría y Computación Científica".

Recomiendo ampliamente esta propuesta para la creación del área de investigación, la cual cumple con los requisitos señalados en los *CRITERIOS PARA LA CREACIÓN, MODIFICACIÓN Y SUPRESIÓN DE ÁREAS DE INVESTIGACIÓN* (Reformas aprobados por el Consejo Académico en la Sesión 362, celebrada los días 25, 28 y 30 de enero de 2013).

Sin más por el momento, me despido de usted enviándole un cordial saludo.

Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco
CBI División Ciencias Básicas e Ingeniería
UAM Azcapotzalco
RECIBI
23 JUN 2015
HORA: 15:40
DIRECCIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERIA

A t e n t a m e n t e
"Casa Abierta al Tiempo"

Dr. David Elizarraraz Martínez
Jefe del Departamento de Ciencias Básicas

Av. San Pablo No. 180, Col. Reynosa Tamaulipas
Delegación Azcapotzalco, 02200 México, D.F. H Primer Piso
Tel. 5318 9011, 5318 9012 y 5318 9013 Fax: 5318 9540
e-mail: Inf@correo.azc.uam.mx

México D. F. a 23 de junio de 2015

Dr. David Elizarraraz Martínez
Jefe del Departamento de Ciencias Básicas

P R E S E N T E

Por medio de la presente me dirijo a usted para solicitarle la presentación de la propuesta de creación del "Área de Investigación en Álgebra, Geometría y Computación Científica", la cual ha sido elaborada con base en los *CRITERIOS PARA LA CREACIÓN, MODIFICACIÓN Y SUPRESIÓN DE ÁREAS DE INVESTIGACIÓN*(Reformas aprobados por el Consejo Académico en la Sesión 362, celebrada los días 25, 28 y 30 de enero de 2013).

La propuesta del área se presenta atendiendo a los requisitos señalados en el apartado II de los mencionados criterios.

Sin más por el momento le envío un cordial saludo.

M enC Rogelio Herrera Aguirre.
Coordinador del Grupo de Investigación en
Álgebra, Geometría y Computación Científica.

Propuesta de Creación del Área de Investigación:

"Álgebra, Geometría y Computación Científica"

Departamento de Ciencias Básicas
División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco

28650	Alejandro Aguilar Zavoznik	aaz@correo.azc.uam.mx	______
6388	Raúl Amezcua Gómez	rag@correo.azc.uam.mx	______
16966	Carlos Barrón Romero	cbarron@correo.azc.uam.mx	______
18681	Arturo Cueto Hérnandez,	arch@correo.azc.uam.mx	______
19834	Héctor Díaz Leal Guzmán	hdlg@correo.azc.uam.mx	______
13487	Cesareo García Martínez	cgarcia@correo.azc.uam.mx	______
4808	Rogelio Herrera Aguirre	rha@correo.azc.uam.mx	______

Contenido

INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta la propuesta de creación del área de investigación: "Álgebra, Geometría y Computación Científica", al interior del Departamento de Ciencias Básicas.

Esta área canalizaría los intereses de investigación de un grupo de académicos del Departamento de Ciencias Básicas en los temas de álgebra, geometría, lógica, teoría de números y cómputo científico. Estos temas, circunscritos dentro del marco teórico de la matemática, tienen fuertes interrelaciones y una gran diversidad de aplicaciones dentro del ámbito de las ingenierías, el desarrollo tecnológico y ciencias cuyo objeto de estudio son los fenómenos económico-sociales.

Por lo antes mencionado, consideramos de suma importancia el cultivo de los temas de investigación que esta área desarrollará, tanto por sus resultados dentro de la matemática, como por las aplicaciones que son de interés para los investigadores participantes en la propuesta. Cabe mencionar que los integrantes de la propuesta han venido realizando su trabajo de investigación tanto en un marco teórico como aplicado y esto ha tenido como consecuencia natural el trabajo en colaboración con diversos investigadores, dentro de los cuales junto con los matemáticos de profesión, también se encuentran profesionales de diversas áreas de conocimiento. Asimismo, se ha conseguido interesar a diversos alumnos, tanto de licenciatura como de posgrado, en los temas desarrollados dentro del grupo proponente.

Entre las actividades realizadas por los participantes de este proyecto, existen fuertes relaciones con las licenciaturas de Ingeniería en Computación, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Física, Ingeniería Eléctrica, Economía, y de los posgrados de Computación, Optimización y Procesos. Estas relaciones se han desarrollado tanto con los cuerpos académicos que atienden dichos planes, de hecho se forma parte de varios, como en la impartición de diversas unidades de enseñanza aprendizaje de dichos programas, por mencionar algunas: Matemáticas Discretas, Lenguajes y Autómatas, Lógica, Introducción al álgebra Lineal, Cálculo Avanzado, Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias, Optimización Dinámica y Variable Compleja.

En este documento se presentan los objetivos de estudio del área propuesta, la experiencia y formación de los proponentes, los productos del trabajo en los ámbitos de Investigación, Docencia y Difusión realizados por los postulantes.

1. OBJETIVOS DEL ÁREA

La matemática ha sido desarrollada a lo largo de la civilización, debido a la importancia que tiene la comprensión, la modelación y la modificación del mundo en que vivimos. Por tanto, es relevante el cultivo y el fomento, en nuestra institución, de la capacidad genérica de expresar en lenguajes formales problemas fundamentales y su solución matemática, y aprovechando la formación, intereses y experiencia del grupo de académicos que presentamos esta propuesta, planteamos los siguientes objetivos:

1. Objeto de estudio del área.

   Dicho objeto se inscribe dentro de tres líneas de investigación: Álgebra, Geometría y Computación científica.

2. Objetivo general del área.

   Desarrollar investigación, tanto teórica como aplicada, dentro de las líneas antes anotadas.

3. Objetivos específicos.

   - Realizar investigación en el campo de la "computabilidad", aplicando herramientas de la Teoría de números, de la Lógica y del Cómputo científico.
   - Estudiar problemas de optimización, y sus posibles aplicaciones en Robótica, Procesamiento de señales y Economía.
   - Interesar e involucrar a los alumnos de los diversos planes de estudio de la Unidad en el estudio y desarrollo de temas afines a sus perfiles y a los temas desarrollados dentro del área.
   - Desarrollar investigación de los temas del área.

- Desarrollar recursos humanos desde nivel licenciatura a nivel doctorado y posdoctoral.
- Fomentar que todos los miembros del área tengan estudios de doctorado.
- Participar y establecer cursos especiales, coloquios o trabajo colectivo de alto nivel para el desarrollo de los temas del área.
- Fomentar la difusión de la cultura matemática dentro de la comunidad UAM.
- Fomentar el intercambio académico con otras instituciones, tales como el Sistema de Universidades de Wisconsin y la Universidad de Houston.

2. CONCORDANCIA DEL ÁREA CON EL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

En concordancia con la Misión del Departamento de Ciencias Básicas de potenciar y propiciar una visión de la ciencia que abarque desde los fundamentos de la ciencia hasta los conocimientos de vanguardia, para aplicarlos en beneficio de la sociedad y de la preservación del medio ambiente y con las líneas de investigación divisionales aprobadas por el Consejo Divisional el 15 de Febrero de 2012 por acuerdo 501.6.3.1 que competen a esta propuesta de creación de área son:
b. Desarrollo académico.
d. Desarrollo y aplicaciones de hardware y software.
k. Investigaciones Teóricas y experimentales

3. RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN COLECTIVA Y VIABILIDAD DEL ÁREA

Las siguientes secciones describen el trabajo colectivo y en el Anexo se tiene una lista de reconocimientos. Además, los resultados de la investigación tienen una aportación acorde con la misión del Departamento de Ciencias Básicas hacia la docencia que se refleja en los grupos temáticos:

- Matemáticas para la Computación.
- Cálculo Multivariable.
- Cálculo y Ecuaciones Diferenciales.

3.1. PRODUCCIÓN CIENTÍFICA

Libros y capítulos en libros

1. I.A. Kakadiaris, C. Barrón. Human Motion Analysis in Mathematical Models in Computer Vision: The Handbook, 2006. [Kakadiaris and Barron Romero, 2006]
2. Cesareo García, Arturo Cueto Hernandez, Lorenzo Benítez, J.C. Ramírez. Campos escalares y campos vectoriales. Un enfoque diferencial. U.A.M. 2013. [García-Martínez et al., 2013a]
3. Cesareo García, J.C.Ramírez, G.G. Palacios. O. Ortega. Cálculo de varias variables. Libro de ejemplos resueltos U.A.M. 2013. [García-Martínez et al., 2013b]
4. Aguilar-Zavoznik, A., Pineda-Ruelas, M., Introducción a la teoría de números algebraicos, Notas del 2° Coloquio del Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa. México, 2009. [Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2009]
5. Aguilar-Zavoznik, A., Pineda-Ruelas, M., Introducción a los campos de números y campos de funciones, Notas del 6° Coloquio del Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa. México, 2014. [Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2014]

6. Cueto Hernández, A. Editor de las Memorias del Primer, Segundo y Tercer Taller de Teoría de Números del Centro-Sureste. Universidad Autónoma Metropolitana, México, 2006, 2007 y 2008. (Las memorias del Tercer Taller se editaron en 2011, las otras se editaron en el año correspondiente).
7. Cueto Hernández, A. y Mejía Huguet, V. J. El Legado Matemático de Leonhard Euler a trescientos años de su nacimiento. Capítulo 6: Euler y la teoría de números. Universidad Autónoma Metropolitana, México, 2007.
8. Díaz Leal Guzmán, Héctor (2014): *Segundo curso de Ecuaciones Diferenciales, con introducción a las Ecuaciones Diferenciales en derivadas parciales.* Libro de texto. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. México.
9. Díaz Leal Guzmán, Héctor (2014): *Álgebra Lineal.* Libro de texto. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. México.

Artículos en revistas arbitradas

1. Aguilar-Zavoznik A., Pineda-Ruelas M., 2-class group of quadratic fields, JP J. Algebra Number Theory Appl., 22, no. 2, 155-174, (2011).
2. Aguilar-Zavoznik A., Pineda-Ruelas M., A relation between ideals, Diophantine equations and factorization in quadratic fields F with hF = 2, International Journal of Algebra, 6, no. 15, 729-745, (2012).
3. Aguilar-Zavoznik, A., Pineda-Ruelas, M., Units of pure quartic fields of the form $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{p})$ with a rational prime $p \equiv 7 \pmod{16}$, Far East Journal of Mathematical Sciences, vol. 71, no. 2, 329-348, (2012).
4. Aguilar-Zavoznik, A., Pineda-Ruelas, M., Ramification of 2 in Quadratic Extensions over Some Pure Quartic Fields, International Journal of Algebra, vol. 7, no. 10, 487-508, (2013).
5. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. Monocular Human Tracking. Multimedia System 10(2): 118–130, 2004.
6. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. On the Improvement of Anthropometry and Pose Estimation from a Single Uncalibrated Image. Machine Vision & Applications. 14 (4): 229-236, 2003.
7. I.A. Kakadiaris, Karolos Grigoriadis, Darby Magruder, Kenneth Baker, Carlos Barrón, Optical Tracking. The Institute for Space Systems Operations-University of Houston, Annual Report 2003, pp. 37-46.
8. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. Estimating anthropometry and pose from a single uncalibrated image. Computer Vision and Image Understanding, 81(3): 269-284, 2001.
9. D. Romero, C. Barrón, S. Gómez. The Optimal Geometry of Lennard-Jones Clusters: 148-309. Computer Physics Communications, 123(1-3): 87-96, 1999.
10. C. Barrón, S. Gómez, D. Romero. A Genetic Algorithm for Lennard-Jones Clusters. Applied Mathematics Letters, 12(7): 85-90, 1999.
11. C. Barrón, S. Gómez, D. Romero. Lower Energy Icosahedral Atomic Cluster with Incomplete Core. Applied Mathematics Letters, 10(5): 25-28, 1997.
12. C. Barrón, S. Gómez, D. Romero. Archimedean Polyhedron Structure Yields A Lower Energy Atomic Cluster. Applied Mathematics Letters, 9(5): 75-78, 1996.
13. Cueto Hernández, A., Villa Salvador, G. D. Nilpotent extensions of number fields with bounded ramification. Pacific J. Math. 196(2): 297-316, 2000.
14. Díaz Leal Guzmán, Héctor & Martínez Bernal, José (1998): *Semistandard k-tableaux: covering relations.* Bol. Soc. Mat. Mexicana (3) Vol. 4, 211 – 221.
15. Díaz Leal Guzmán, Héctor, Martínez Bernal, José & Romero, David (2001): *Dimension of the fixed point set of a nilpotent endomorphism on the Flag Variety.* Bol. Soc. Mat. Mexicana (3) Vol. 7, 23 – 33.

16. R. Fernández-Alonso, S. Gavito. The Lattice of Preradicals Over Local Uniserial Rings. J. Algebra Appl. 5(6): 731-746, 2006.

17. R. Fernández-Alonso, H. Chimal-Dzul, S. Gavito. A Class of Rings for which the Lattice of Preradicals is not a Set. Int. Electron. J. Algebra 9: 38-60, 2011.

18. R. Fernández-Alonso, F. Raggi, J. Ríos, H. Rincón, S. Gavito. Semicoprime Preradicals. J. Algebra Appl. 11(6): 1250115 (12 páginas), 2012.

19. R. Fernández-Alonso, F. Raggi, J. Ríos, H. Rincón, S. Gavito. Main modules and some characterizations of rings with global conditions on preradicals. Aceptado en J. Algebra Appl.

Artículos en revistas de divulgación

1. Aguilar-Zavoznik A., Solución de ecuaciones diofantinas a través de la factorización única, Mixba'al, Revista Metropolitana de Matemáticas, 4, no. 1, (2013), 29-38.

2. Aguilar-Zavoznik, A., Regla y compás vs origami, Carta Informativa de la Sociedad Matemática Mexicana, No. 68, 3-14, (2013-2014).

3. C. Barrón Romero, Minimum search space and efficient methods for structural cluster optimization, Comunicación Técnica No I-05-06/12-04-2005 (CC / CIMAT), 4-8-2005.

4. Cueto Hernández, A. Euler y la Conjetura de Catalan. Carta Informativa de la Sociedad Matemática Mexicana. Octubre 2007, 16-23, (2007).

Reportes de investigación

1. Cueto Hernández, Arturo y Villa Salvador, G. D. Realization of a nilpotent group of odd order over $\mathbb{Q}$ with bounded ramification. Reporte Interno No. 247. Departamento de Matemáticas del CINVESTAV- IPN.

2. Cueto Hernández, Arturo y Villa Salvador, G. D. Realization of a nilpotent group of odd order over a family of number fields with bounded ramification. Departamento de Matemáticas del CINVESTAV- IPN.

3. Díaz Leal Guzmán, Héctor (1995): *Variedad de k-Grassmannianos.* Reporte de investigación 383. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. México.

4. Díaz Leal Guzmán, Héctor (1995): *Cerradura proyectiva de una Variedad Afín.* Reporte de investigación 384. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. México.

Artículos en extenso en congresos

1. Aplicación de histogramas para detección de cambios de imágenes, F.Monroy-Pérez, C.Barrón, F.E Campa, J-C. Rodríguez, J.Servín, *SCMAI8, SCMAI09.*

2. Imagen promedio de un conjunto de rostros de las carreras de Ingeniería en Computación y Matemáticas Aplicadas, F.Monroy-Pérez, C.Barrón, A. Soto, V. García , J.Servín, em SCMAI8, SCMAI09.

3. C. Barrón. Convergence of the Han Algorithm for Linear Search. XXVI Reunión anual de la Sociedad Mexicana de Matemáticas, Michoacán, México, Comunicaciones 14, pp 243-248, 1994.

4. C. Barrón, Search in States Space by Deterministic Automata. In VI Annual National Mexican Artificial Intelligence Society Meeting, LIMUSA, pp.219-230, 1989.

5. Díaz Leal Guzmán, Héctor (1999): *Bases de Grobner y Teoría de Invariantes.* Memorias del Seminario del Grupo de Investigación de Algebra y Geometría, $5-11$. Universidad Autónoma Metropolitana. México.

6. Díaz Leal Guzmán, Héctor & Herrera Aguirre, Rogelio (2011): *Aspectos geométricos y combinatorios de la Variedad de k-Subespacios u-invariantes.* Memorias de la XVI Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas 123. ESFM. IPN. México.
7. Cueto Hernández, Arturo & Díaz Leal Guzmán, Héctor (2011): *Introducción a la Teoría de Esquemas.* Memorias de la XVI Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas. ESFM. IPN. México.
8. Cueto Hernández, A. Ternas Collatz Admisibles. Memorias del XXXII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana (Guadalajara, 1999), 201-209 Aportaciones Mat. Comun, 27. Soc. Mat. Mexicana, México, 2000.
9. Díaz Leal Guzmán, Héctor & Herrera Aguirre, Rogelio (2013): *Geometría Birracional.* Memorias de la $XVIII$ Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas 123. ESFM. IPN. México.

Ponencias en eventos internacionales

1. C. Barrón-Romero, A. Cueto-Hernández y F. Monroy-Pérez. Complete description of the static level sets for the system of two particles under a Van Der Waals potential. Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science, and Automatic Control, (CCE 2011), Mérida Yucatán del 26 al 28 de octubre de 2011.
2. C. Barrón-Romero, A. Cueto-Hernández, and F. Monroy-Pérez. Orbitas de Sistemas de Partículas No Interactivas Bajo un Buen Potencial a Pares Desde un Punto de Vista Algebraico, AMCA 2012, Ciudad del Carmen, Campeche, México, October 17-19, 2012.
3. Taller Breve Introducción al Control óptimo en Ecuaciones de Derivadas Parciales, Carlos Barrón Romero, International Seminar on Applied Analysis, Evolution Equations and Control, Casa de la primera imprenta, México D.F., 2 y 3 de mayo de 2011.
4. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. A Convex Penalty Method for Optical Human Motion Tracking. In ACM International Workshop on Video Surveillance (IWVS), Berkeley, CA, pp. 1-10, November 7, 2003.
5. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. On the Improvement of Anthropometry and Pose Estimation from a Single Uncalibrated Image. In IEEE Workshop on Human Motion, pp. 53-60, Austin, TX, December 7-8 2000.
6. C. Barrón, I.A. Kakadiaris. Estimating Anthropometry and Pose from a Single Image. In IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 669-676, Hilton Head Island, SC, June 13-15 2000.
7. D. Romero, C. Barrón, S. Gómez. The Optimal Configurations of LJ Atomic Clusters: 148-309. In Siam Annual Meeting, Atlanta, GA, May 10-12 1999.
8. R. Fernández-Alonso, H. Chimal-Dzul, S. Gavito. A Class of Rings for which the Lattice of Preradicals is not a Set. International Conference on Algebras and Lattices. Univerzita Karlova. Praga, República Checa, 21-25 de junio de 2010.
9. F. Raggi, J. Ríos, H. Rincón, R. Fernández-Alonso, S. Gavito. Main modules and some characterizations of rings with global conditions on preradicals. International Conference on Algebra in Honour of Patrick Smith and John Clark's 70th Birthdays. Balikesir University School of Sciences. Balikesir, Turquía, 12-15 de agosto de 2013.
10. F. Raggi, J. Ríos, H. Rincón, R. Fernández-Alonso, S. Gavito. Módulos principales y algunas caracterizaciones de anillos con condiciones globales sobre prerradicales. Tercer Encuentro Conjunto de la Real Sociedad Matemática Española y de la Sociedad Matemática Mexicana. Zacatecas, Zacatecas, 1-4 de septiembre de 2014.

Ponencias en eventos locales

1. Cueto Hernández, A. Realización acotada de grupos nilpotentes sobre Q. XXIX Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, del 6 al 12 de octubre de 1996.
2. Cueto Hernández, A. Una generalización del problema 3x+1. XXX Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Autónoma de Aguascalientes, del 28 de septiembre al 4 de octubre de 1997.
3. Cueto Hernández, A. Ternas Collatz Admisibles. XXXI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad de Sonora, del 11 al 17 de octubre de 1998.
4. Cueto Hernández, A. Extensiones nilpotentes de Q con ramificación controlada. XXXII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad de Guadalajara, del 10 al 16 de octubre de 1999.
5. Cueto Hernández, A. Problema Inverso de Galois. Seminarios de la semana. CIMAT, 16 de enero de 2001.
6. Cueto Hernández, A. Una generalización del Problema 3x+1 y Ternas Collatz Admisibles. Semana de Vinculación Universitaria. Universidad Veracruzana, 24 de mayo de 2002.
7. Cueto Hernández, A. El Problema 3x+1 en Fq[x]. XXXV Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Juárez del Estado de Durango, del 6 al 11 de octubre de 2002.
8. Cueto Hernández, A. Raíces primitivas y divisibilidad. XXXVI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, del 12 al 17 de octubre de 2003.
9. Cueto Hernández, A. Caracterización de elementos puros y casi-puros. XXXVI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, del 12 al 17 de octubre de 2003.
10. Cueto Hernández, A. Caracterización de elementos puros. XXXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Instituto Politécnico Nacional, del 23 al 28 de octubre de 2005.
11. Cueto Hernández, A. Problemas de Números Congruentes. XXXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Instituto Politécnico Nacional, del 23 al 28 de octubre de 2005.
12. Cueto Hernández, A. Suma de Cuadrados y Números Triangulares. XXXIX Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, del 1 al 6 de octubre de 2006.
13. Cueto Hernández, A. Elementos en Campos de Funciones con Factorización Especial. XXXIX Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, del 1 al 6 de octubre de 2006.
14. Cueto Hernández, A. Medida de Mahler. Primer Taller de Teoría de Números del Centro-Sureste. Universidad Veracruzana, del 22 al 24 de febrero de 2006.
15. Cueto Hernández, A. Sistemas Dinámicos y Sucesiones. Segundo Taller de Teoría de Números del Centro-Sureste. Universidad Veracruzana, del 17 al 20 de abril de 2007.
16. Cueto Hernández, A. Criterios de Divisibilidad. Segundo Taller de Teoría de Números del Centro-Sureste. Universidad Veracruzana, del 17 al 20 de abril de 2007.
17. Cueto Hernández, A. Realización de sucesiones en estructuras algebraicas. Tercer Taller de Teoría de Números del Centro-Sureste. Universidad Veracruzana, del 16 al 20 de abril de 2008.
18. Cueto Hernández, A. Caracterización matricial de elementos puros. XLI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana Valle de Bravo, del 20 al 24 de Octubre de 2008.
19. Cueto Hernández, A. Factores primos impares del número de clase de campos numéricos. XLII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Zacatecas, Zacatecas, del 12 al 16 de Octubre, 2009.
20. Fórmula de Leibniz y la Mecánica de Fluidos. El Teorema del Transporte de Reynolds. Cesareo García Martínez. Memorias de la XVIII reunión nacional académica de Física y Matemáticas, el 15 de noviembre 2013.

21. Métodos Matemáticos y Numéricos para problemas no lineales de gran dimensión, Carlos Barrón Romero, Colloquium Tlauhuilcalli, Area de Análisis Matemático y sus Aplicaciones, UAM-A, el 16 de junio de 2011

22. Orbitas de sistemas de Partículas no interactivas dajo un buen potencial a Pares desde un punto de vista algebraico, C. Barrón-Romero, A. Cueto-Hernández y F. Monroy-Pérez, AMCA 2012 (Congreso Nacional 2012 de la Asociación de México de Control Automático), en Ciudad del Carmen, Campeche, México, Octubre 17-19 de 2012.

23. Conferencia: *Introducción a la Topología Algebraica.* Seminario del grupo de investigación de Algebra y Geometría. Héctor Diaz Leal. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. 2007.

24. Conferencia: *Algunos problemas en Geometría Algebraica.* Seminario del grupo de investigación de Algebra y Geometría. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. 2007.

25. Sinodal en examen para obtener el título de licenciado en matemáticas. Ponente: Mauricio García Martínez. Tesis: *Criterio de estabilidad de Nyquist.* Héctor Diaz Leal. Facultad de Ciencias. Universidad Autónoma del Estado de México. 2001.

26. Miembro del comité organizador central. Héctor Diaz Leal. $XXXI$ Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana. Hermosillo, Sonora. 1998.

27. Conferencia: *Dominios de holomorfía.* Héctor Diaz Leal. Encuentro internacional de Análisis Complejo y sus aplicaciones. ESFM. IPN. 1992.

28. Conferencia: *Geometría Algebraica.* Héctor Diaz Leal. Universidad Autónoma de Zacatecas. 1991.

29. Conferencia: *Dominios de holomorfía.* Héctor Diaz Leal. Universidad Autónoma de Zacatecas. 1991.

30. Conferencia: *Curvas algebraicas no singulares.* Héctor Diaz Leal. $XXIV$ Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana. 1991.

31. Conferencia: *Dominios de holomorfía.* Héctor Diaz Leal. $XXIII$ Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana. 1990.

32. Conferencia: *Polinomios de Euler y extensiones cuadráticas imaginarias.* Alejandro Aguilar Zavoznik. XXXVII Congreso Nacional de la SMM. 15 de octubre de 2004.

33. Solución de ecuaciones diofantinas. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario del posgrado en matemáticas. UAM-I. Octubre de 2005.

34. Una condición para árboles generadores de grado acotado. Alejandro Aguilar Zavoznik. XXXIX Congreso Nacional de la SMM. 4 de octubre de 2006.

35. Una condición para la existencia de k-árboles generadores. Alejandro Aguilar Zavoznik. XXII Coloquio Victor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones. 26 de febrero de 2007.

36. Factorización: Para quien piensa que un ideal es una meta inalcanzable. Alejandro Aguilar Zavoznik. Primera Jornada de Álgebra. Facultad de Matemáticas. Universidad Autónoma de Yucatán. 19 de abril de 2007.

37. ¿Cómo capturar una suma? Una introducción a la Geometría de los Números. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario del Posgrado en Matemáticas. UAM-I. 26 de septiembre de 2007.

38. Ecuaciones diofantinas y factorización de ideales. Alejandro Aguilar Zavoznik. XL Congreso Nacional de la SMM. 14 de octubre de 2007.

39. Una introducción a los campos completos. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario del Posgrado en Matemáticas. UAM-I. 18 de febrero de 2009.

40. Ideales Principales en Campos Cuadráticos. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario de Alumnos. CIMAT. 14 de mayo de 2010.

41. Clasificación de ideales principales y no principales en campos cauadráticos reales. Alejandro Aguilar Zavoznik. Segunda Jornada de Álgebra. Facultad de Matemáticas. Universidad Autónoma de Yucatán. 20 de agosto de 2010.
42. El 2-grupo de clases de un campo cuadrático. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario del Posgrado en Matemáticas. UAM-I. 30 de marzo de 2011.
43. El campo de clases de Hilbert y el lado oculto de los números. Alejandro Aguilar Zavoznik. Seminario del Posgrado en Matemáticas. UAM-I. 23 de enero de 2013.
44. Regla y compás vs origami (para resolver ecuaciones algebraicas). Alejandro Aguilar Zavoznik. Festival Galois. UAM-A. 29 de enero de 2013.
45. Una familia infinita de campos de números con 2-grupo de clases de ideales de orden 2. Alejandro Aguilar Zavoznik. XLVI Congreso Nacional de la SMM. 29 de octubre de 2013.
46. ¿Cómo calcular la raíz cuadrada de un número con regla y compás y cómo trisecar un ángulo con origami? Alejandro Aguilar Zavoznik. Instituto Carlos Graef, 2014.
47. Factorización en campos cuadráticos (de números y de funciones) Alejandro Aguilar Zavoznik. XLVII Congreso Nacional de la SMM. 29 de octubre de 2014.

Bibliografía de Colaboradores

1. R. Glowinski, Numerical Methods for Nonlinear Variational Problems, Springer Series in Computational Physics, 1983.
2. R. Glowinski, J-L. Lions, and J. He, Exact and Approximate Controllability for Distributed Parameter Systems: A Numerical Approach (Encyclopedia of Mathematics and its Applications) Cambridge, 1995.
3. Pineda-Ruelas, M., Villa-Salvador, G. D., Explicit Galois group realizations. Int. J. Number Theory 4, no. 4, 639–652, (2008).
4. Pineda-Ruelas, M., Villa-Salvador, G. D., Gassman equivalent subgroups. Int. J. Contemp. Math. Sci. 1, no. 9-12, 543–556, (2006).

3.2. TESIS Y PROYECTOS TERMINALES

1. Licenciatura en ingeniería en computación. David Gonzalo Flores Navarro y Fernando Mauricio Arredondo Dana. Simulador de los axiomas de Huzita para hacer construcción con origami. Concluido en 2015. Asesor: Alejandro Aguilar-Zavoznik.
2. Tesis de Maestría. MCC Jorge Servín, Localización y reconocimiento de rostros con cambio de escala mediante imágenes monoculares de frente, Codirector: Dr. Felipe Monroy Pérez de la UAM-A, UAM-Azcapotzalco, 2009. Además, Jorge Servín, Adrián Soto Girón, Felipe Monroy, Carlos Barrón, Extracción de la región elíptica del rostro de los alumnos de Ingeniería en Computación y Matemáticas Aplicadas, presentado en 2do. SCMA 2009, UAM-C.

   [Servín-Pérez, 2009]
3. Licenciatura en Ingeniería en Computación. Ludwig Villarreal Guzmán, Sistema Generador de Ejercicios de Integración Polinomial, Trimestre 12-O. Terminado. Asesor: Carlos Barrón Romero. [Guzmán, 2012]
4. Licenciatura en Ingeniería en Computación. Jose Luis Islas Elizalde, Aplicaciones e interfaz básica de tinta electrónica, Trimestre 12-I. En fase final. Asesor: Carlos Barrón Romero.
5. Hernández Torres, F. (2012): *Programando en Mathematica para el Control de Calidad. Introducción a Curvas Elípticas*. Tesis de maestría en Ingeniería en Sistemas Computacionales. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. México. Director de tesis: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.

6. Sánchez Reyes, J. F. (2012): *Implementación de programas en Mathematica para calcular componentes irreducibles en la Variedad de k-Subespacios u-Invariantes.* Tesis de maestía en Ingeniería en Sistemas Computacionales. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. México. Director de tesis: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.

7. Licenciatura en Economía. Andrés García Limón, Principios de crecimiento económico, Trimestre 14-P. Tesina concluida. Asesor: Rogelio Herrera Aguirre.

3.3. FORMACIÓN DE RECURSOS HUMANOS

El Dr. Carlos Barrón dirigió exitosamente la tesis de maestría de Jorge Servín Pérez, defendida en julio del 2009. Parte de los resultados de la tesis fueron presentados y publicados en las memorias de primera y segunda semana de computación y matemáticas aplicadas SCMA'08 SCMA'09 de la UAM-Cuajimalpa.

Por su parte, el M. en C. Rogelio Herrera dirigió exitosamente la Tesina del alumno de la licenciatura en Economía Andrés García Limón, concluida en junio de 2014.

Asimismo, el Dr. Héctor Diaz Leal dirigió exitosamente las tesis de maestría de los estudiantes del Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec F. Hernández Torres y J. F. Sánchez Reyes, defendidas en 2012.

Para mayor información referente a este rubro, véase la sección 3.2.

3.4. EVENTOS

El Dr. Arturo Cueto Hernández ha organizado y participado en diversos talleres de Teoría de Números (para mayor referencia, véase la sección Ponencias en eventos nacionales de la sección 3.1.

Cabe mencionar que el M. en C. Rogelio Herrera Aguirre ha estado a cargo de la organización del Festival Galois desde el año 2011.

Por su parte, el Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik es el responsable del Seminario del Área en formación.

Es importante destacar que se organizó la visita del Dr. Roland Glowinski a la UAM-Azcapotzalco, quien impartió el curso *Topics in Control and Calculus of Variations* del 18 al 29 de mayo de 2015.

Se está organizando la celebración del sesenta aniversario de los doctores Martha Rzedowski y Gabriel Villa.

3.5. ESTRUCTURA ORGANIZATIVA DEL ÁREA

Las líneas de investigación del área corresponden a los intereses de investigación de sus integrantes. Manteniendo su conceptualización especifica, las líneas encuentran intersecciones significativas que se han visto reflejadas en trabajos conjuntos. Se cultivan las siguientes tres líneas de investigación:

El núcleo que propone la formación del área esta organizado en

- Álgebra. *Responsable:* Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik.
- Geometría. *Responsable:* Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.
- Computación Científica. *Responsable:* Dr. Carlos Barrón Romero.

3.6. ÁLGEBRA

El álgebra moderna [Hungerford, 2003, Lang, 2005a] es una rama fundamental de la matemática que se encarga del estudio de las estructuras algebraicas, entre las cuales destacan las de grupo, anillo, campo y espacio vectorial. Dentro del álgebra, el estudio de los anillos (que abarca a los campos), mejor conocido como la teoría de anillos, ocupa un lugar preponderante, ya que sus numerosas aplicaciones permean no sólo otras áreas de las matemáticas, tales como la teoría de números, la geometría algebraica, la teoría de códigos y criptografía, la teoría de representaciones, el análisis funcional, entre otras, sino que incluso inciden en diversas áreas de la ciencia, como es el caso de la física teórica.

La enorme utilidad de las propiedades de los anillos a menudo contrasta con la gran dificultad de su estudio [Anderson and Fuller, 1992, Bican et al., 1982, Wisbauer, 1991]. Para ello, se emplean diversas técnicas. En el caso conmutativo, dos herramientas directas son la formación de cocientes y la localización [Stenström, 1975]. De manera más general, la categoría de módulos asociada a un anillo aporta abundante información del anillo en cuestión. Sin embargo, existe otra forma de conocer el comportamiento de un anillo en ciertos aspectos, y es a través de una retícula, como la de sus ideales, la de clases de módulos y, también, la de ciertos funtores sobre la categoría de módulos, llamados prerradicales. En particular, la retícula de prerradicales sobre un anillo permite extraer propiedades acerca del propio anillo y de la categoría de módulos asociada; más aún, en algunos casos, provee útiles caracterizaciones del mismo [Fernández-Alonso et al., 2011, Gavito, 2013, Fernández-Alonso and Gavito, 2006, Fernández-Alonso et al., 2002a, Fernández-Alonso et al., 2002b, Fernández-Alonso et al., 2004], [Fernández-Alonso et al., 2012, Raggi et al., 2005].

La teoría de números es un área de las matemáticas que usa herramientas tanto algebraicas como analíticas para resolver problemas de factorización [Ireland and Rosen, 1998]. Los principales conjuntos estudiados por esta disciplina son los números enteros y los polinomios con coeficientes en los enteros o en un campo, que usualmente es los campos de números racionales, reales o complejos. Posteriormente surgió la teoría de los números algebraicos [Lang, 2005b, Stewart, 2001], la que plantea usar las mismas técnicas que se emplean para factorizar en el anillo de los números enteros, pero en una familia muy amplia de anillos, así como la teoría de las funciones algebraicas, la que plantea la misma generalización que se consigue con los números algebraicos pero en el caso de los anillos de polinomios [Rosen, 2010, Stichtenoth, 2008, Villa, 2006]. El estudio de estas dos familias de forma conjunta suele conocerse como la teoría de campos globales.

En esta línea de investigación nos enfocaremos en el estudio del álgebra en dos niveles. Por un lado, trabajaremos en problemas del álgebra abstracta, enfocándonos en la teoría de anillos y la teoría de Galois y, por otra parte, emplearemos las herramientas algebraicas que suelen ser utilizadas en problemas de la teoría de los números. En particular, nos interesa el empleo de los conceptos de la teoría de anillos para factorizar elementos en los anillos de enteros de campos globales, como por ejemplo, el uso de los ideales para trabajar en anillos que no son de factorización única [Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2011, Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2012a], [Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2012b, Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2013].

3.7. GEOMETRÍA

En la actualidad, el estudio de la Geometría ha mostrado ser polifacético, tanto en su desarrollo como en sus aplicaciones. Dos vertientes son de especial interés para el área: Geometría Algebraica y Geometría Diferencial.

De manera clásica, su objeto de estudio son las Variedades [Hartshorne, 1997, Humphreys, 1975]. Hacia 1957, A. Grothendieck aborda, junto con sus colaboradores, el programa de generalizar el concepto de Variedad, al iniciar la Teoría de Esquemas [Cueto Hernández and Díaz Leal Guzmán, 2013]. Esta generalización trasciende al propósito clásico de la Geometría Algebraica, y trae como consecuencia toda una serie de resultados y avances tanto en Teoría de Números como en la Geometría Algebraica misma. En Teoría de Números se puede citar las pruebas de las conjeturas de Weil. Del lado de la Geometría Algebraica, el desarrollo de Espacios de Moduli de Curvas, la Clasificación de Superficies en cualquier característica, y el desarrollo del Problema de Clasificación en dimensión arbitraria.

Las ideas detrás de esta generalización en cierto sentido están relacionadas con ideas provenientes de la Geometría Diferencial, la Topología Algebraica y el Análisis Complejo. A grandes rasgos, esta generalización es como sigue. En la Geometría Algebraica clásica, a cada Variedad afín irreducible V, definida sobre un campo algebraicamente cerrado K, se le asocia su anillo de coordenadas $A(V)$, el cual resulta ser un dominio y una K-álgebra finitamente generada. Esta correspondencia, que puede pensarse como un funtor contravariante entre ambas categorías, resulta ser equivalencia de categorías [Díaz Leal Guzmán, 2014a]. Este punto de vista parte de lo geométrico a lo algebraico. Si se toma el punto de vista contrario, pero relajando las condiciones algebraicas, partiendo de la categoría de anillos conmutativos con unidad, la categoría obtenida en su contraparte geométrica es la de los Esquemas afines. Un esquema será un par (X, Θ), donde X es un espacio topológico y Θ es una gavilla de anillos sobre X, con la propiedad de que cada $x \in X$ posee una vecindad U tal que $(U, \Theta|U)$ es un Esquema afín. Aunque uno de los intereses en Geometría Algebraica es la generalidad, también es cierto que tiene inclinación por lo concreto. En este último caso, es de destacarse el estudio de las Superficies de Riemann compactas, las cuales poseen estructura de curvas algebraicas, o bien la Teoría de las Bases de Grobner, la cual tiene interesantes aplicaciones tanto en la Teoría de Invariantes como en el cálculo de cerraduras proyectivas [Becker and Weispfenning, 1993, Sánchez-Reyes, 2012]. Con el fin de seguir los actuales paradigmas de la Geometría Algebraica, tanto en su generalidad como en sus aplicaciones concretas, se proponen como líneas de investigación:

- Banderas y subespacios invariantes

- Teoría de Esquemas
- El problema de clasificación

El objetivo de la primera, es continuar con el estudio de las propiedades geométricas y algebraicas de estas variedades. Concretamente, el interés principal es describir sus componentes irreducibles [Del Ángel Rodríguez, 1990, Díaz Leal Guzmán, 1997, Díaz Leal Guzmán and Martínez Bernal, 1998, Díaz Leal Guzmán, 1999], [Díaz Leal Guzmán et al., 2001, Humphreys, 1975, Martínez-Bernal, 1989, Sánchez-Reyes, 2012, Shimomura, 1980, Shimomura, 1985, Spaltenstein, 1976, Springer, 1969, Steinberg, 1976, Vargas-Mendoza, 1976]. El principal objetivo de la segunda, es sentar las bases teóricas para la tercera [Cueto Hernández and Díaz Leal Guzmán, 2013, Díaz Leal Guzmán and Herrera Aguirre, 2013].

Geometría Diferencial

Su objeto de estudio son las variedades diferenciables, usando herramientas del Análisis Real y Complejo, Topología y Álgebra, principalmente. Entre las principales aplicaciones que se han de considerar, están al estudio del espacio fase de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias [Díaz Leal Guzmán, 2014b], y el espacio de soluciones de las ecuaciones de Yang-Mills y ecuaciones de Navier-Stokes [García Martínez and Benítez Morales, 2001]. Concretamente, para esta vertiente geométrica, se proponen como sublíneas de investigación:

- Grupos y Álgebras de Lie
- Espacio de mapeos armónicos entre esferas

3.8. COMPUTACIÓN CIENTÍFICA

La Computación Científica desarrolla modelos matemáticos, métodos analíticos-matemáticos-computacionales y numéricos derivados de sistemas físicos.

En particular el trabajo de investigación incluye el reconocer y establecer paralelismos y relaciones de equivalencia matemática entre los conceptos de la mecánica de fluidos, los conceptos del electromagnetismo y los conceptos de la mecánica clásica. De esta metodología de trabajo o sea del estudio de la dinámica de un fluido desde puntos de vista diferentes, uno, al que llamaremos Lagrangiano, en el cual se estudian las propiedades del fluido siguiendo el movimiento de las partículas y otro, al que llamaremos Euleriano, en el cual se determina el valor de las variables que intervienen en el movimiento del fluido cuando este cruza por una región determinada. Un teorema clásico es el conocido teorema del transporte de Reynolds y su importancia radica en que relaciona los enfoques mencionados [García-Martínez, 2013].

La modelación de sistemas de físicos por computadora se ha desarrollado en varias vertientes que incluyen modelación y control sobre ecuaciones diferenciales, el reconocimiento y procesamiento de señales (áreas de aplicación son la visión robótica y los sistemas de manipulación, interpretación y procesamiento de señales). En general un modelo consiste de un sistema que maneja y procesa señales discretas o continuas (imágenes de color o multiespectrales, sonidos, infrarrojo, resonancia magnética, calor, etc.), que se expresan como funciones multidimensionales a las que se transforma o de las cuales se extrae información [Barron Romero and Kakadiaris, 2000, Barron Romero and Kakadiaris, 2001, Barron Romero and Kakadiaris, 2004, Kakadiaris et al., 2003].

En esta línea se usarán las técnicas del análisis matemático aplicado, el cálculo variacional, las ecuaciones en derivadas parciales [Taller Breve Introducción al Control óptimo en Ecuaciones de Derivadas Parciales, Carlos Barrón Romero] y la teoría de control no-lineal que forman parte de los métodos de computación científica de la escuela de Jacques Lions, Roland Glowinski, et al. [ver bibliografía de colaboradores]. Es importante destacar que la interacción entre las áreas de Álgebra y Geometría permite es desarrollo de nuevos enfoques e interpretaciones físico-matemáticos [Barrón Romero et al., 2011, Barrón Romero et al., 2012]. Existe abundante literatura e interés en el desarrollo de métodos de elemento finito y enfoques algebraicos para el estudio y resolución de problemas de optimización sobre sistemas de ecuaciones diferenciales, en particular sobre sistemas tipo ecuaciones de Navier-Stokes [García Martínez and Benítez Morales, 2001].

En la parte computacional la investigación se orienta hacia el desarrollo de modelos de simulación, el diseño de algoritmos y la implementación métodos heurísticos. Se cuenta con un amplia experiencia en el estudio de algoritmos evolutivos de fenotipos para el problema de la búsqueda de estructuras moleculares óptimas [Barron Romero et al., 1997, Romero Vargas et al., 1999b, Romero Vargas et al., 1999a] donde es relevante la formación de cluster estables de núcleo incompleto confirmando su existencia en nanoestructuras de oro y plata [Cai et al., 2002b, Cai et al., 2002a] y que han abierto la posibilidad de investigaciones en nanestructuras, nano-máquinas para transporte de farmacos [Barron Romero et al., 1996, Barron Romero et al., 1997]. El destacado investigador Hellmut Haberland [Haberland et al., 2005] destaco la importancia de conocer la distribución geometrica e intercambiamos correos para que usara el simulador de cluster [Barrón-Romero,].

Recientemente exploramos por métodos algebraicos la descripción analítica de zonas equipotenciales para cúmulos de partículas sin interacción bajo la influencia de potenciales tipo Van der Waals a pares [Barrón Romero et al., 2011, Barrón Romero et al., 2012]. Nuestros resultados coinciden con los enfoques de mecánica celeste [Corbera et al., 2004]. Dada la articulación entre los miembros del área en el futuro integraremos investigaciones, de modelos que incluyan descripciones algebraicas y geométricas de las sublíneas Grupos y Álgebras de Lie y Espacio de mapeos armónicos entre esferas.

4. NÚCLEO BÁSICO INICIAL DE PROFESORES

El núcleo básico lo componen los siguientes profesores de tiempo completo contratados por tiempo indeterminado:

- Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik, aaz@correo.azc.uam.mx
- Lic. Raúl Amezcua Gómez, rag@correo.azc.uam.mx
- Dr. Carlos Barrón Romero, cbarron@correo.azc.uam.mx
- Dr. Arturo Cueto Hérnandez, arch@correo.azc.uam.mx
- Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán, hdlg@correo.azc.uam.mx
- M.C. Cesareo García Martínez, cgarcia@correo.azc.uam.mx
- M.C. Rogelio Herrera Aguirre, rha@correo.azc.uam.mx

Profesora visitante del Departamento de Ciencias Básicas:
Dra. Silvia Claudia Gavito Ticozzi, sgt@correo.azc.uam.mx

5. PROGRAMAS Y PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN REGISTRADOS

El programa apoya la linea de investigación vigente 11. Investigaciones teóricas y experimentales. El programa de investigación es sobre tres áreas: Álgebra, Geometría y Computación Científica y sus aplicaciones con los siguientes proyectos de investigación.

- Campos de Funciones. Responsable: Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik (para mayor información consulte el Anexo II).

  El principal objetivo de este proyecto es investigar propiedades aritméticas en campos de funciones, específicamente nos interesa describir los grupos de clases de ideales y de divisores de algunos campos de funciones cuadráticos.

  Objetivos particulares:

  1. Describir el 2-grupo de clases de ideales y el 2-grupo de clases de divisores de un campo cuadrático arbitrario.
  2. Dado un grupo abeliano finito G, hallar familias de campos de funciones tales que G esté contenido en sus grupos de clases de ideales o en sus grupos de clases de divisores.

- Paralelismos matemáticos que existen entre la mecánica de fuidos, el electromagnetismo y la mecánica clásica. Responsable: M.C. Cesareo García Martínez (para mayor información consulte el Anexo III).

  El objetivo general es Reconocer, por un lado, los conceptos básicos de la mecánica de fluidos y, por otro lado, identificar los conceptos en el electromagnetismo y los conceptos en la mecánica clásica equivalentes matemáticamente entre ellos.

  Objetivos particulares:

  1. Presentar una demostración de la fórmula de Leibniz utilizando el formalismo de la teoría de la mecánica de fluidos y obtener como una consecuencia la demostración del teorema del transporte de Reynolds, ver [García-Martínez, 2013]. Establecer con este mismo enfoque algunas de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos, ver [Yunus, 2010, Chorin, 2014].
  2. Establecer y demostrar el teorema del transporte para curvas en el contexto de la mecánica de fluidos, y como un resultado derivado de éste, el teorema de conservación de la circulación de Kelvin, ver [Chorin, 2014]. Estudiar los teoremas sobre vorticidad de Helmholtz.
  3. Plantear la ecuación de energía en mecánica de fluidos y algunas de sus implicaciones, entre ellas, el teorema de energía mínima de Kelvin, ver[Hsu, 1987, Chorin, 2014].
  4. Entender los flujos potenciales, el flujo de Couette, el flujo de Poiseuille y la paradoja de dAlembert, ver [Yunus, 2010, Chorin, 2014].
  5. Plantear las ecuaciones de Navier-Stokes, ver [Chorin, 2014].
  6. Encontrar paralelismos matemáticos entre la mecánica de fluidos y el electromagnetismo clásico, ver [Hsu, 1987]. Relacionar los flujos con número de Reynolds alto y algunos conceptos de la mecánica clásica.

- Aspectos geométricos, algebraicos, y combinatorios de la variedad de (λ : k)-Grassmannianos. Responsable: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán (para mayor información consulte el Anexo IV).

  El principal objetivo del presente proyecto es investigar propiedades geométricas y algebraicas de la variedad de (λ : k)-Grassmannianos. Concretamente, el interés principal es describir las componentes irreducibles de dicha variedad.

  Objetivos particulares:

  1. Determinar todas las particiones ordenadas $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_r)$ de n, tales que, para toda k, G_k^λ sea irreducible.
  2. Decidir la veracidad del siguiente enunciado. Sean α, β ambos estándar, tales que $\beta = op(3, \alpha)$: (dim(β) = dim(α) + 1) $\vee$ (la operación es reducida) $\Rightarrow S_\alpha^\lambda \subset cl(S_\beta^\lambda)$.
  3. Especificar las relaciones de inclusión en la colección $\{\mathrm{cl}(S_\alpha^\lambda) : \alpha \in \mathcal{R}\}$, donde $\mathcal{R}$ es la colección de k-tableros estándar de tipo λ que coinciden en todos los rectángulos de λ, excepto en uno.
  4. Describir el conjunto de raíces, en $\mathbb{C}$, del polinomio $p_\lambda(z) = \sum_{i=0}^{n-1} dim(G_{i+1}^\lambda) z^{n-2-i}$.

6. PROGRAMA DE ACTIVIDADES DE DISCUSIÓN COLECTIVA

El grupo de investigación tiene reuniones periódicas una vez por semana y los grupos de los proyectos trabajan de manera colegiada según sus necesidades. Se atiende un seminario permanente de difusión, el “Festival Galois”, y se realizan eventos conjuntos con otras universidades como la Feria de Matemáticas.

7. ESTRATEGIAS PARA EL DESARROLLO DEL ÁREA

Las Metas Científicas del Área están determinadas por los objetivos generales y particulares anteriormente expuestos, se distinguen las metas científicas que se orientan hacia la producción científica y las de formación de recursos humanos.

El plan de desarrollo del área incluye el crecimiento de sus miembros y la formación de recursos humanos y la aplicación sistemática de la metodología para realizar nuestras investigaciones. Se proponen los siguientes estrategias y objetivos:

- Incorporación al SNI de la mayoría de sus miembros.
- Perfil deseable del PROMEP de la mayoría de sus miembros.
- Convertirse en cuerpo académico del PROMEP.
- Inserción significativa en los posgrados de la división en la dirección de tesis.
- Incorporación nuevos miembros del área, por medio de una plan sistemático de profesores invitados.
- Fomentar la vinculación Nacional e Internacional: El área organizó para 15P el Curso del Profesor Roland Glowinski que consideramos de importancia para la UAM, en donde hubo estudiantes y colegas de las unidades de Iztapalapa, Cuajimalpa y Azcapotzalco, la Benemérita Universidad de Puebla, UNAM e IPN.

  Se tienen nexos y se apoya la creación de Convenios entre la Universidad de Houston, el Sistema de Universidades de Wisconsin, convenio activo con la unidad Park-Side para intercambio de alumnos y profesores y el evento rotativo de la semana de la Investigación entre Universidad de Wolfenbuettel, Alemania, Sistema de Universidades de Wisconsin y UAM-Azcapotzalco, México.
- Promover visitas de colaboradores de miembros de SNI, e internacionales.
- Estrategias de formación de recursos humanos:

  Los miembros del área se esforzarán por atraer estudiantes de licenciatura y posgrado, para la escritura de tesis en las líneas de investigación propuestas. Con este fin, se continuará la labor docente en las unidades Azcapotzalco y Cuajimalpa de la UAM. Se formalizará además, la inserción de los participantes en el claustro de los posgrados de la UAM-Iztapalapa, en particular, se propondrán cursos cortos para el coloquio anual del Departamento de Matemáticas, lo mismo que para los congresos anuales de la Sociedad Matemática Mexicana, la Sociedad Mexicana de Física y la Asociación Mexicana de Control Automático.

  Se continuara atrayendo alumnos de todas las carreras y de los posgrados para que realicen sus Proyectos de Integración o tesis bajo la dirección de los proponentes del área.
- Mantener un crecimiento acorde al plan de desarrollo institucional:

  Hemos logrado reunir un grupo de investigadores comprometidos con investigación y docencia, que además han logrado convenios institucionales en la consolidación de una mayor vinculación e intercambio con colegas de nivel internacional de otros instituciones para llegar a formar parte o coordinar una red de investigación, contamos con las relaciones y la experiencia.

  La profesora visitante Dra. Silvia Claudia Gavito Ticozzi es una candidata a incorporarse en forma definitiva.
- Los miembros del núcleo disponen de un cubículo personal con conexión telefónica y servicio de internet institucional, todos cuentan con una computadora personal, se comparten dos impresoras y un cañón proyector.
- En el anexo I se tiene una lista de reconocimientos de los miembros proponentes del área.

ANEXOS

ANEXO I. RECONOCIMIENTOS

Alejandro Aguilar Zavoznik

- Medalla al mérito. Al mejor promedio de la Maestría en Ciencias (Matemáticas) (2007).
- Sistema Nacional de Investigadores. Candidato a Investigador (2013-2015).
- PROMEP. Apoyo a Nuevos Profesores de Tiempo Completo (2013).

Carlos Barrón Romero

- Mención Académica a la tesis del MCC Jorge Servín Pérez, por su tesis: Localización y reconocimiento de rostros en imágenes monoculares de frente con variación de escala, Asesores: Dr. Felipe Monroy Pérez y Dr. Carlos Barrón Romero, UAM-Azcapotzalco, 1 de noviembre de 2010.
- Sistema Automático de Información Financiera del Instituto Tecnológico Autónomo de México, ITAM, 1987. Mención Honorífica en la Maestría en Ciencias de la Computación, UNAM, 1991.
- Profesor Excelente, Universidad del Valle de México (UVM), 1994.
- Presidente de Academias de Sistemas de Información, Universidad del Valle de México, Campus San Rafael, 1994.
- Medalla Gabino Barreda por Excelencia Académica, UNAM, 1999.
- Vision-Based Anthropometry and Human Motion Tracking, Investigación en la UH patrocinada por Honda, 2000.
- Mejor estudiante de doctorado, Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad de Houston, 2001.
- Sigma Xi Graduate Research Award, Universidad de Houston, 2002.
- Miembro del SNI nivel 1 a partir del 1 de enero de 2006 a 2008.
- Invitación como revisor para la revista: Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2006-2007.
- Invitación como revisor para el Journal of Chemical Information and Modeling, 2006-2007.
- Dictaminador del ANUIES, 2006.

Héctor Díaz Leal Guzmán.

- 10, 15, 20 años de servicio en la UAM.
- Candidato a Investigador Nacional. SNI. Julio del 2000 a Junio del 2001.
- Candidato a Investigador Nacional. SNI. Julio de 1997 a Junio del 2000.
- Beca de permanencia. UAM. Marzo de 1997 a Marzo del 2000.
- Beca. Sears Roebuck de México. 1989 – 1990.
- Beca. Ford Motor Company. 1980 – 1981.
- Premio Lázaro Cárdenas. Mejor promedio de calificaciones. IPN. 21 de Mayo de 1980.

Silvia Gavito

- Medalla al mérito. Al mejor promedio de la Maestría en Ciencias (Matemáticas) (2005).
- Medalla al mérito. Al mejor promedio de la Maestría en Ciencias (Matemáticas) (2001).

ANEXO II. Campos de funciones

1. Portada

a) **Departamento:**
Ciencias Básicas.

b) **Nómbre del área de investigación:**
Álgebra, Geometría y Computación Científica.

c) **Espacio físico donde se realizará la investigación:**
UAM-Azcapotzalco.

d) **Nombre del proyecto:**
Campos de funciones.

e) **Duración prevista:**
Dos años.

f) **Nombre de la línea de investigación divisional a la que se encuentra adscrito:**
Investigación teórica.

g) **Nombre del programa de investigación del Área al que se encuentra adscrito:**
Álgebra, Geometría y Computación Científica.

h) **Datos del responsable:**
Nombre: Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor asociado D.
Número económico: 28650.
Correo electrónico: `aaz@correo.azc.uam.mx`.

i) **Datos de los participantes:**

Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik Depto. de Ciencias Básicas	
Mat. Raúl Amezcua Gómez Depto. de Ciencias Básicas	
Dr. Arturo Cueto Hernández Depto. de Ciencias Básicas	
Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán Depto. de Ciencias Básicas	
Dra. Silvia Claudia Gavito Ticozzi Depto. de Ciencias Básicas	
M. en C. Rogelio Herrera Aguirre Depto. de Ciencias Básicas	
Dr. Mario Pineda Ruelas Depto. de Matemáticas, UAM-I	

Nombre: Dr. Alejandro Aguilar Zavoznik.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor asociado D.
Número económico: 28650.
Correo electrónico: aaz@correo.azc.uam.mx.

Nombre: Mat. Raúl Amezcua Gómez.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor titular A.
Número económico: 6388.
Correo electrónico: rag@correo.azc.uam.mx.

Nombre: Dr. Arturo Cueto Hernández.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor titular C.
Número económico: 18681.
Correo electrónico: arch@correo.azc.uam.mx.

Nombre: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor titular B.
Número económico: 19834.
Correo electrónico: hdlg@correo.azc.uam.mx.

Nombre: Dra. Silvia Claudia Gavito Ticozzi.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor visitante titular A.
Número económico: 27821.
Correo electrónico: sgt@xanum.uam.mx.

Nombre: M. en C. Rogelio Herrera Aguirre.
Adscripción: UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Profesor titular C.
Número económico: 4808.
Correo electrónico: rha@correo.azc.uam.mx.

Nombre: Dr. Mario Pineda Ruelas.
Adscripción: UAM-I. Departamento de Matemticas.
Profesor titular C.
Número económico: 13322.
Correo electrónico: mpr@xanum.uam.mx.

2. Propuesta de investigación

a) **Departamento:**
Ciencias Básicas.

b) **Área de investigación:**
Álgebra, Geometría y Computación Científica.

c) **Responsable:**
Alejandro Aguilar Zavoznik.

d) **Nombre del proyecto:**
Campos de funciones.

e) **Objetivo general:**
El principal objetivo de este proyecto es investigar propiedades aritméticas en campos de funciones, específicamente nos interesa describir los grupos de clases de ideales y de divisores de algunos campos de funciones cuadráticos.
Objetivos particulares:
1) Describir el 2-grupo de clases de ideales y el 2-grupo de clases de divisores de un campo cuadrático arbitrario.
2) Dado un grupo abeliano finito G, hallar familias de campos de funciones tales que G esté contenido en sus grupos de clases de ideales o en sus grupos de clases de divisores.

f) **Antecedentes:**
La Teoría de los Números Algebraicos es una disciplina que ha tomado los problemas y resultados que se conocen en el conjunto de los números enteros y los ha generalizado, en la medida de lo posible, a una familia muy amplia y variada de anillos. Posteriormente, surgió la Teoría de las Funciones Algebraicas, la que generaliza los anillos de polinomios de forma análoga a lo que se obtiene con los números algebraicos a partir de los enteros. Dentro de los campos de funciones algebraicas, una familia importante es la de los campos de funciones congruentes, debido a que son los más parecidos a los campos de números algebraicos. En particular, el grupo de clases de ideales de un campo de números o de un campo de funciones congruente es finito.
El grupo de clases de ideales ha sido estudiado ampliamente; a pesar de esto, sigue habiendo una gran cantidad de problemas por estudiar. Por ejemplo, hay muchos trabajos en los que se hallan familias de campos de números algebraicos o de funciones algebraicas tales que el grupo de clases es un grupo abeliano finito dado [Sémirat, 2001], [Lee, 2013]; existe una variante en la que se pide que el grupo de clases contenga una copia isomorfa del grupo dado [Benjamin, Lemmermeyer y Snyder, 2003]. Uno de los problemas abiertos más importantes en este sentido es demostrar que existe una infinidad de campos de números cuadráticos tales que el grupo de clases es trivial. Fue un problema planteado por Gauss a principios del siglo XIX usando el lenguaje de las formas cuadráticas [Gauss, 1986], [Stark, 2007]. Frecuentemente también se busca encontrar el

p-subgrupo de Sylow del grupo de clases de ideales de un campo de números algebraicos o de funciones algebraicas [Bae y Jung, 2012], [Basilla y Wada, 2004] y [Bosma y Stevenhagen, 1996]. Otro problema relacionado es hallar fórmulas para encontrar el número de clases [Jung, Bae y Ahn, 2004]. El grupo de clases de ideales se puede usar como herramienta para resolver problemas aritméticos de otra naturaleza, por ejemplo, solución de ecuaciones diofantinas [Aguilar-Zavoznik, 2013].

La teoría de números ha servido como herramienta a muchas otras disciplinas, tanto en la matemática como en otras áreas del conocimiento. En particular, la teoría de códigos y la criptografía usan ampliamente la aritmética, tanto en campos de números como en campos de funciones [Stichtenoth, 2008]. El gran crecimiento que ha tenido en las últimas décadas el envío de información confidencial por Internet ha fomentado en los últimos años el estudio teórico de los campos de números y de funciones, incluyendo el hallar similitudes y diferencias entre éstos.

g) **Metodología:**

Muchos resultados en la Teoría de Funciones Algebraicas surgen a partir de lo que se conoce en la Teoría de Números Algebraicos. En una primera etapa queremos hallar la versión análoga de algunos resultados de campos de números cuadráticos hallados en [Aguilar-Zavoznik y Pineda-Ruelas, 2011] y [Aguilar-Zavoznik y Pineda-Ruelas, 2012] en campos de funciones cuadráticos. Para esto, es necesario hallar las similitudes y diferencias que hay entre los dos casos, algunas de éstas se pueden hallar en los libros de [Deuring, 1997], [Rosen, 2010], [Stichtenoth, 2008] y [Villa-Salvador, 2006] y en algunos artículos, sobresaliendo:

1) El que surgió de la tesis de Emil Artin [1924], en donde se comenzó el estudio de los campos de funciones cuadráticos,
2) el de Zhang [1987] donde se presentan las clases ambiguas en campos de funciones y
3) el de Kornblum [1919], quien da el análogo al Teorema de Dirichlet sobre primos en sucesiones aritméticas en el caso de los polinomios.

Una vez que se estudian las diferencias entre el problema resuelto en campos de números algebraicos y el problema por resolver en campos de funciones algebraicas, hay que proceder a plantear y demostrar los teoremas análogos a los que conocemos en el caso de campos de números para campos de funciones cuadráticos. Principalmente, queremos encontrar un algoritmo análogo al dado en [Aguilar-Zavoznik y Pineda-Ruelas, 2011] para hallar el 2-grupo de clases de ideales de un campo de funciones cuadrático. Una vez estudiado esto, buscaremos otra variante de este algoritmo; pero ahora para hallar el 2-grupo de clases de divisores, el cual es una alternativa al grupo de clases de ideales que suele ser estudiado en el caso de los campos de funciones algebraicas.

Tras resolver el problema anterior, nos interesa trabajar en la búsqueda de familias de campos de funciones con ciertas propiedades, concentrándonos en los campos de funciones algebraicas puros, es decir, campos de la forma

$\mathbb{F}_q(x, \sqrt[n]{d(x)})$. Una metodología frecuente en matemáticas consiste en realizar una gran cantidad de ejemplos para plantear una conjetura, algo similar a lo que se hace en las ciencias experimentales; posteriormente se demuestra la conjetura usando el método deductivo propio de las ciencias exactas. Usando el método anterior, lo esperable es que si n es un número primo, entonces habrá que estudiar la estructura del n-subgrupo de Sylow del grupo de clases de ideales correspondiente.

h) **Recursos disponibles y necesarios:**

Contamos con equipo de cómputo, sin embargo, éste no es suficiente para todos los participantes del proyecto de investigación. La universidad cuenta con una amplia cantidad de suscripciones a revistas especializadas en los temas que estudiamos y convenios con bibliotecas de otras instituciones, no obstante, es posible que sea necesario el pago de algunos artículos que no estén disponibles a través de estos medios. Por esto, serán necesarios recursos para:

1) Apoyo para asistir a congresos ($\$120,000.00$).
2) Equipo de cómputo (dos computadoras portátiles, $\$30,000.00$).
3) Consumibles ($\$5,000.00$).

i) **Metas al primer y segundo año:**

1) Primer año.
   Estudiar las similitudes y diferencias que hay entre los campos cuadráticos de números y de funciones. Hallar algoritmos para encontrar el 2-grupo de clases de ideales y el 2-grupo de clases de divisores de un campo de funciones cuadrático. Preparar y enviar a revista especializada un artículo de investigación sobre los resultados encontrados en estos temas. Esperamos que el artículo enviado durante el primer año sea aceptado, pero esto depende de la velocidad del arbitraje, que en algunas revistas puede ser de más de un año.
2) Segundo año.
   Dar ejemplos en campos puros de familias de campos con grupos de clases de ideales con propiedades determinadas. Preparar un artículo en el que se presenten las familias encontradas.

j) **Producción esperada:**

Durante los dos años esperamos tener los siguientes productos:

1) Un artículo enviado a una revista especializada para su publicación.
2) Tener un segundo artículo avanzado, dependiendo de los avances en la investigación es posible que al terminar el segundo año ya haya sido enviado para ser publicado.
3) Varios de los miembros del proyecto pressentaran ponencias en eventos como el Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexiacan.

k) **Cronograma de actividades.**

1) Primer año.

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Estudio de las propiedades de los campos cuadráticos de funciones.	x	x	x	x								
Planteamiento y demostración del algoritmo para hallar el 2-grupo de ideales.					x	x	x					
Planteamiento y demostración del algoritmo para hallar el 2-grupo de divisores.								x	x	x		
Escritura del artículo											x	x

2) Segundo año.

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Construcción de ejemplos en campos de funciones puros.	x	x	x	x	x	x						
Plantear conjeturas.	x	x	x	x	x	x	x	x	x			
Demostración de las conjeturas					x	x	x	x	x	x	x	x

3. Bibliografía

1. Aguilar-Zavoznik A., Solución de ecuaciones diofantinas a través de la factorización única, *Mixba'al, revista metropolitana de matemáticas*, **4**, no. 1, (2013), 29-38.

2. Aguilar-Zavoznik A., Pineda-Ruelas M., 2-class group of quadratic fields, *JP J. Algebra Number Theory Appl.*, **22**, no. 2, 155-174, (2011).

3. Aguilar-Zavoznik A., Pineda-Ruelas M., A relation between ideals, Diophantine equations and factorization in quadratic fields $\mathbb{F}$ with $h_{\mathbb{F}} = 2$, *International Journal of Algebra*, **6**, no. 15, 729-745, (2012).

4. Artin, E., Quadratische Körper im Gebiet der höheren Kongruenzen I, II, *Math. Z.* **19**, 153-246, (1924).

5. Bae, S., Jung, H., On the 4-rank of ideal class groups of quadratic function fields. *Acta Arith.* **151**, no. 4, 325-360, (2012).

6. Basilla J. M., Wada H., On efficient computation of the 2-parts of ideal class groups of quadratic fields. *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.* **80**, no. 10, 191-193, (2004).

7. Benjamin, E., Lemmermeyer, F, Snyder, C, Imaginary quadratic fields with $Cl_2(k) \cong (2, 2, 2)$, *J. Number Theory*, **103**, no. 1, 38-70, (2003).

8. Bosma W., Stevenhagen P., On the Computation of Quadratic 2-class groups. *J. de Théorie des Nombres de Bordeaux*, **8**, no. 2, 283-313, (1996).

9. Deuring M., *Lectures on the theory of algebraic functions of one variable*, Springer-Verlag, (1973).

10. Gauss, C.F. *Disquisitiones Arithmeticae*, Springer-Verlag, 1986.

11. Jung, H., Bae, S., Ahn, J., Class numbers of some abelian extensions of rational function fields. *Math. Comp.* **73**, no. 245, 377-386, (2004).

12. Kornblum, H. Primfunktionen in einer Arithmetischen Progression, Math. Zeit. **5**, 100-111, (1919).

13. Lee, J. H., Class number one criterion for some non-normal totally real cubic fields., *Taiwanese J. Math.* **17**, no. 3, (2013).

14. Rosen M., *Number Theory in Function Fields*, Springer-Verlag, GTM, (2010).

15. Sémirat, S., Cyclotomic function fields with ideal class number one, *J. Algebra*, **236**, no. 1, 376-395, (2001).

16. Stichtenoth H., *Algebraic Function Fields and Codes*, Springer-Verlag, (2008).

17. Stark H. M., The Gauss Class-Number Problems, *Clay Mathematics Proceedings*, **7**, (2007), 247-256.

18. Villa-Salvador G. D., *Topics in the Theory of Algebraic Function Fields*, Birkhäuser Boston, (2006).

19. Zhang, X. K. Ambiguous classes and 2-rank of class group of quadratic function field, J. China Univ. Sci. Tech. **17**, no. 4, 425-431, (1987).

ANEXO III. Paralelismos matemáticos que existen entre la mecánica de fuidos, el electromagnetismo y la mecánica clásica

Portada

i) **Departamento**:
Ciencias Básicas.

ii) **Nombre del área de investigación**:
Álgebra, geometría y computación científica.

iii) **Espacio físico donde se realizará la investigación:**
U.A.M. unidad azcapotzalco.

iv) **Nombre del proyecto:**
Paralelismos matemáticos que existen entre la mecánica de fluidos, el electromagnetismo y la mecánica clásica.

v) **Duración prevista:**
Dos años.

vi) **Nombre de la línea de investigación del área al que se encuentra adscrito:**
Investigación teórica.

vii) **Nombre del programa de investigación del área al que se encuentra adscrito:**
Álgebra, geometría y computación científica.

viii) **Datos del responsable:**
Nombre: **Cesareo García Martínez**.
Adscripción: U.A.M. azcapotzalco. Departamento de Ciencias Básicas.
Grado académico: Maestro en ciencias.
Titular B.
Número económico: 13487.
Correo electrónico: cgarcia@correo.azc.uam.mx

Firma:

ix) **Datos de los participantes:**

1. Nombre: **Carlos Barrón Romero**.
   Adscripción: U.A.M. azcapotzalco. Departamento de Ciencias Básicas.
   Titular C.
   Grado académico: Doctor.
   Número económico: 16966.
   Correo electrónico: cbarron@correo.azc.uam.mx

   Firma:

2. Nombre: **Hugo Hernández Saldaña**.
   Adscripción: U.A.M. azcapotzalco. Departamento de Ciencias Básicas.
   Titular B.
   Grado académico: Doctor.
   Número económico: 21569 .
   Correo electrónico: hhsaldana@correo.azc.uam.mx

   Firma:

3. Nombre: **José Luis Huerta Flores**.
   Adscripción: U.A.M. azcapotzalco. Departamento de Ciencias Básicas.
   Titular A.
   Grado académico: Maestro en ciencias.
   Número económico: 10345.
   Correo electrónico: hfjl@correo.azc.uam.mx

   Firma:

4. Nombre: **Oscar Ortega.**
   Grado académico: Ph.D.
   Adscripción: Harold Washington College. Departament of Mathematics.
   Chicago, IL 60601 USA.
   Correo electrónico: oortega@ccc.edu

Propuesta de investigación

i) **Departamento:**
Ciencias Básicas.

ii) **Área de investigación:**
Álgebra, geometría y computación científica.

iii) **Responsable:**
Cesareo García Martínez.

iv) **Nombre del proyecto:**
Paralelismos Matemáticos que existen entre la mecánica de fluidos, el electromagnetismo y la mecánica clásica.

v) **Objetivos:**

Objetivo general:
Reconocer, por un lado, los conceptos básicos de la mecánica de fluidos y, por otro lado, identificar los conceptos en el electromagnetismo y los conceptos en la mecánica clásica equivalentes matemáticamente a aquéllos.

Objetivos particulares:

1. Presentar una demostración de la fórmula de Leibniz utilizando el formalismo de la teoría de la mecánica de fluidos y obtener como una consecuencia demostración del teorema del transporte de Reynolds, ver [1]. Establecer con este mismo enfoque algunas de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos, ver [2] y [4].
2. Establecer y demostrar el teorema del transporte para curvas en el contexto de la mecánica de fluidos, y como un resultado derivado de éste, el teorema de conservación de la circulación de Kelvin, ver [4]. Estudiar los teoremas sobre vorticidad de Helmholtz.
3. Plantear la ecuación de energía en mecánica de fluidos y algunas de sus implicaciones, entre ellas, el teorema de energía mínima de Kelvin, ver [3] y [4].

4. Entender los flujos potenciales, el flujo de Couette, el flujo de Poiseuille y la paradoja de d´Alembert, ver [2] y [4].

5. Plantear las ecuaciones de Navier-Stokes, ver [4].

6. Encontrar paralelismos matemáticos entre la mecánica de fluidos y el electromagnetismo clásico, ver [3]. Relacionar los flujos con número de Reynolds alto y algunos conceptos de la mecánica clásica.

vi) **Antecedentes:**
A un fluido hipotético sin viscodidad que se extiende de manera infinita en todas las direcciones le llamaremos un fluido ideal [5].

En el estudio de la mécanica de cumulos de partículas, el Dr. Barrón y Dr. Cueto han publicado en [12] estudios de estructuras de equipotencial usando técnicas algebraicas para visualizar campos o flujos desde una novel perspectiva no númerica. Dichas técnicas pueden ayudar en el contexto de curvas de transporte mecánico o de flujos de equipotenciales.

La dinámica de un fluido se puede estudiar desde dos puntos de vista diferentes, uno, al que llamaremos lagrangiano, en el cual se estudian las propiedades del fluido siguiendo el movimiento de las partículas y otro, al que llamaremos euleriano, en el cual se determina el valor de las variables que intervienen en el movimiento del fluido cuando éste cruza por una región determinada. La importancia del llamado teorema del transporte de Reynolds radica en que éste relaciona los dos enfoques anteriores, el lagrangiano y el euleriano, ver [1].

Denotaremos por $\vec{\mathcal{U}}(\vec{x},t)$ la velocidad de un fluido ideal en un punto $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, al tiempo t y supondremos que, en cada punto $\vec{x}$, el fluido está sujeto a una fuerza neta que varía con el tiempo $\vec{F}(\vec{x},t) = (f_x(\vec{x},t), f_y(\vec{x},t), f_z(\vec{x},t))$, y que el fluido experimenta una presión $p(\vec{x},t)$ en el punto $\vec{x}$ al tiempo t. Presuponemos también que conocemos cómo es el movimiento del fluido en $t = 0$, i.e., se tienen las condiciones iniciales

$$\vec{\mathcal{U}}(\vec{x},0) = (u_x(\vec{x},0), u_y(\vec{x},0), u_z(\vec{x},0)).$$

Al aplicar las leyes de Newton y la ecuación de la incompresibilidad $\nabla \cdot \vec{\mathcal{U}} = 0$, Euler obtuvo, ver [4],

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = f_x(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = f_y(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = f_z(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{3}$$

Las ecuaciones diferenciales parciales anteriores son conocidas como las *ecuaciones de Euler* para el movimiento de un fluido.

Navier y Stokes modifican las ecuaciones de Euler para abarcar el caso más realista de un fluido con viscosidad. Introducen una constante positiva ν que mide las fuerzas de fricción en el interior del fluido [4]. Se suma al lado derecho de cada una de las ecuaciones de Euler (1) – (3) una fuerza adicional (debida a la viscosidad); en el caso de (1) viene dada por

$$\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right).$$

Para (2) y (3) el término a agregar es el mismo pero sustituyendo a u_x por u_y y u_z respectivamente.
Así las ecuaciones que Navier y Stokes obtienen son

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} &= \nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) \\ &\quad + f_x(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial x}\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} &= \nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right) \\ &\quad + f_y(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial y}\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} &= \nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) \\ &\quad + f_z(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial z},\end{aligned} \tag{6}$$

ecuaciones que se pueden escribir de forma más compacta como

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{U}}}{\partial t} + \left(\vec{\mathcal{U}} \cdot \nabla\right)\vec{\mathcal{U}} = \nu \Delta \vec{\mathcal{U}} - \nabla p + \mathbf{f}. \tag{7}$$

Ecuaciones que se conocen actualmente como la ecuación de Navier-Stokes, ver [4].

Por otra parte, a lo largo del movimiento de un fluido puede ocurrir que se produzcan ciertos remolinos, a los cuales les llamaremos vórtices, ver [3]. Definimos el campo vórtice de un fluido el cual se mueve con una velocidad $\vec{\mathcal{U}}$, como $\nabla \times \vec{\mathcal{U}}$, es decir, como el rotacional del campo de velocidades del fluido. Dadas las curvas integrales del campo vórtice, llamadas líneas de vórtice, aquellas que pasan por una curva cerrada fija forman una superficie a la que llamamos tubo de vórtice. Estos tubos de vórtice se mueven dentro del fluido y, en principio, dicho movimiento no necesaariamente ha de coincidir con el movimiento de las partículas. Alrededor del año 1858, el físico alemán H. von Helmholtz, formuló importantes resultados acerca de la dinámica de los llamados vórtices toroidales, que son tubos de vórtice con forma de anillo rodeado por una zona irrotacional, ver [3] y [4]. El entender la formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes y la dinámica de los vórtices han sido problemas que han interesado a lo largo del tiempo.

Vale la pena mencionar que mucho del lenguaje empleado en electromagnetismo surge de la mecánica de fluidos, por tal motivo, es natural esperar encontrarse con algunos paralelismos entre estas dos teorías como lo podemos ver en [3], [6], [7], [8], [9] y en varios trabajos que están por ser publicados, tales como:

- A quaternionic unification of electromagnetism and hydrodynamics, Arbab I. Arbab, Department of Physics, Faculty of Science, University of Khartoum, Khartoum Sudan.
- Fluidic Electrodynamics: On parallels between electromagnetic and fluidic inertia. Alexandre A. Martins, Institute for Plasmas and Nuclear Fusion and Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal.
- A simple and compact approach to hydrodynamic using geometric algebra. Xiong Wang, Department of Electronic Engineering, City University of Hong Kong SAR, P.R. China.

En este momento dos de los integrantes del grupo están terminando el libro de texto que se intitulará, ¨Campos, tomo I¨, en el cuál se presentan conceptos de la mecánica de fluidos. Como un material previo al desarrollo de nuestro proyecto, algunos de los integrantes del grupo escribierón los libros intitulados ¨Campos escalares y campos vectoriales un enfoque diferencial¨ [9] y ¨Cálculo de varias variables. Libro de ejemplos resueltos¨ [10], en los cuales se presentan conceptos matemáticos que permiten comprender la mecánica de fluidos. Los temas por desarrollar en este proyecto son de claro interés tanto para estudiantes de nuestra institución, como de otras universidades, por lo que se procurará su incorporación.

vii) **Metodología:**

1. Se establecerá la fórmula de Leibniz empleando lenguaje usual en la mecánica de fluidos y se usará ésta para demostrar el teorema del transporte de Reynolds y, con éste, se obtendrán algunas de las principales ecuaciones de la mecánica de fluidos, como pueden ser, entre otras, la ecuación de continuidad y la ecuación de Euler [1],[2].
2. Se establecerá un teorema de transporte para curvas y con él se demostrará el teorema de conservación de la circulación de Kelvin [4]. Posteriormente estudiaremos los vórtices toroidales y los teoremas sobre vorticidad de Helmholtz.
3. Se planteará la ecuación de energía y se demostrará el teorema de energía mínima de Kelvin [3], [4].
4. Se comprenderán los flujos potenciales. Estudiaremos los flujos de Couette y de Poiseuille [2][4]. Entenderemos y estableceremos posibles implicaciones de los teoremas de Basius, de Kutta-Joukowski y la paradoja de d´Alembert [4].
5. Se entenderá la formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes [4].
6. Todo lo anterior nos permitirá establecer paralelismos entre la mecánica de fluidos y el electromagnetismo [3], así como también posibles relaciones entre los flujos con número de Reynolds alto y algunos conceptos de la mecánica clásica.

viii) **Recursos disponibles y necesarios:**
La universidad cuenta con suscripciones a revistas especializadas y mantiene convenios con bibliotecas de otras instituciones. También contamos con la biblioteca digital de la U.A.M. la cual nos es de gran ayuda, pero muy posiblemente sea necesario adquirir algunos textos de uso frecuente, los cuales no se encuentran disponibles en los medios arriba referidos y también que sea necesario el pago por algunos artículos los cuales no estén disponibles de una manera gratuita. Contamos con equipo de cómputo e impresora. Por esto serán necesarios recursos para:

1. Apoyo para asistir a congresos, en un monto aproximado de $80 000.
2. Libros y consumibles, en un monto aproximado de $12 000.

viii) **Metas al primer y segundo años.**

1. **Primer año:**
   a) Establecer la fórmula de Leibniz empleando lenguaje usual en la mecánica de fluidos. Demostrar el teorema del transporte de Reynolds. Plantear las principales ecuaciones de la mecánica de fluidos.

   b) Establecer un teorema de transporte para curvas y el teorema de conservación de la circulación de Kelvin [4]. Estudiar los teoremas sobre vorticidad de Helmholtz.
   c) Plantear la ecuación de energía y demostrar el teorema de energía mínima de Kelvin [3], [4].

2. **Segundo año:**
   a) Estudiar los flujos potenciales, flujos de Couette y de Poiseuille [2][4]. Entender y establecer posibles implicaciones de los teoremas de Basius, de Kutta-Joukowski y la paradoja de d´Alembert [4].
   b) Plantear las ecuaciones de Navier-Stokes [4].
   c) Establecer paralelismos existentes entre la mecánica de fluidos y el electromagnetismo [3]. Así como también posibles relaciones entre los flujos con número de Reynolds alto y algunos conceptos de la mecánica clásica.

Producción esperada:

Primer año:

a) Un libro intitulado ¨Una introducción a la mecánica de fluidos desde un punto de vista matemático¨ terminado y listo para someter a refereo por el comité editorial de la universidad. Este libro tratará muchos de los temas arriba listados.
b) Preparar y someter a refereo un artículo.

Segundo año:

a) Organizar el primer coloquio sobre Matemáticas, mecánica de fluidos y temas afines, dentro del cual se impartirá el minicurso ¨Una introducción a la mecánica de fluidos desde un punto de vista matemático¨ dirigido fundamentalmente a estudiantes de ingeniería física e ingeniería ambiental. El libro de texto que emplearemos será el libro antes referido. Es importante mencionar que el coloquio y el minicurso planteados, buscarán, como principal fin, alcanzar una relación de cooperación más estrecha entre los matemáticos y los ingenieros.
b) Editar las memorias del coloquio.

ix) **Conograma de actividades.**

1. **Primer año**

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Estudio de los fluidos ideales	X	X	X									
Análisis de los teoremas de Helmholts				X	X	X						
Análisis de la ecuación de energía				X	X	X	X					
Análisis del teorema de energía de Kelvin				X	X	X	X					
Escritura del libro	X	X	X	X	X	X	X					
Estudio de las ec. de Navier-Stokes								X	X			
Escritura y envío del artículo										X	X	X

2. **Segundo año**

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Análisis de los flujos potenciales	X	X	X	X	X							
Flujos de Couette y Poiseuille						X	X	X				
Organización del coloquio	X	X	X	X								
Análisis de la paradoja de D´Alembert							X	X				
Coloquio						X						
Edición de las memorias del coloquio							X	X	X	X	X	X
M. de fluidos y electromagnetismo							X	X	X	X	X	X

Bibliografía

[1] Fórmula de Leibniz y la mecánica de fluidos.
El teorema del transporte de Reynolds.
Cesareo García Martínez.
Memorias de la XVIII reunión nacional académica de Física y matemáticas.
15 de noviembre 2013.

[2] *Mecánica de fluidos, fundamentos y aplicaciones.*
Yunus A. Çengel, John M. Cimbala. Mc Graw Hill, segunda edición, 2010.

[3] *Análisis vectorial.*
Hwei P. Hsu. Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.

[4] *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics.*
A.J. Chorin, J.E. Marsden. Springer-Verlag, Third Edition, 1980.

[5] *Física teórica, Mecánica de fluidos, volumen 6.*
Landau/Lifshitz. Reverté, 1991.

[6] Kelly, E. M.,¨Vacuum electromagnetics derived exclusively from the properties of an ideal fluid¨, Nuovo Cimento 32B No 1, pp. 117-137. 1976.

[7] Marmanis, H., ¨Analogy between the Navier-Stokes equations and Maxwell′s equations: Application to turbulence¨. Physics of Fluids 10 (6), pp. 1428-1437, 1998.

[8] Rousseaux, G., and Guyon,É., ¨Á propos d′une analogie entre la mécanique des fluides el l′electromagnétisme¨, Bulletin de L′ Union des Physiciens, 96,pp. 107-136,2002.

[9] Rousseaux, G., ¨On the physical meaning of the gauge conditions of classical electromagnetism: the hydrodynamycs analogue viewpoint¨, Annales de la Fondation Louis de Broglie 28 (2), pp.261-270, 2003.

[10] Campos escalares y campos vectoriales. Un enfoque diferencial. Cesareo García, Arturo Cueto, Lorenzo Benítez, J.C. Ramírez. U.A.M. 2013.

[11] Cálculo de varias variables. Libro de ejemplos resueltos. Cesareo García, J.C.Ramírez, G.G. Palacios. O. Ortega. U.A.M. 2013.

[12] C. Barrón-Romero, A. Cueto-Hernández, and F. Monroy-Pérez. Orbitas de Sistemas de Partículas No Interactivas Bajo un Buen Potencial a Pares Desde un Punto de Vista Algebraico, AMCA 2012, Ciudad del Carmen, Campeche, México, October 17-19, 2012.

XII) **Productos.**

1. Un libro de texto: Una introducción a la mecánica de fluidos desde un punto de vista matemático.
2. Un artículo en revista indexada.
3. Dos ponencias en congresos nacionales.
4. Realización del primer coloquio sobre Matemáticas, mecánica de fluidos y temas afines, en la U.A.M.
5. Un minicurso intitulado ¨Una introducción a la mecánica de fluidos desde un punto de vista matemático¨ dictado durante el coloquio arriba referido.
6. Memorias del coloquio.

ANEXO IV. Aspectos geométricos, algebraicos y combinatorios de la variedad de (λ :k)-Grassmannianos

1. Portada

a. **Departamento**:
Ciencias Básicas.

b. **Nombre del área de investigación**:
Algebra, Geometría, y Computación Científica.

c. **Espacio físico donde se realizará la investigación**:
UAM-Azcapotzalco.

d. **Nombre del proyecto**:
Aspectos geométricos, algebraicos, y combinatorios de la variedad de $(\lambda : k)$-Grassmannianos.

e. **Duración prevista**:
dos años.

f. **Nombre de la línea de investigación divisional a la que se encuentra adscrito**:
Investigaciones Teóricas y Experimentales.

g. **Nombre del programa de investigación del Area al que se encuentra adscrito**:
Algebra, Geometría, y Computación Científica.

h. **Datos del responsable**:

- **Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán**.

Departamento de Ciencias Básicas.
UAM-Azcapotzalco.
Profesor titular B.
No. económico: 19834
hdlg@correo.azc.uam.mx

Firma:

i. **Datos de los participantes**:

• **Dr. Arturo Cueto Hernández**.

Departamento de Ciencias Básicas.
UAM-Azcapotzalco.
Profesor titular C.
No. económico: 18681
arch@correo.azc.uam.mx

Firma:

• **M. en C. Rogelio Herrera Aguirre**.

Departamento de Ciencias Básicas.
UAM-Azcapotzalco.
Profesor titular C.
No. económico: 4808
rha@correo.azc.uam.mx

Firma:

• **Dr. Pedro Luis Del Ángel Rodríguez**.

Matemáticas básicas.
Centro de Investigación en Matemáticas, A. C.
luis@cimat.mx

Firma:

• **Dra. Bertha M. Tomé Arreola**.

Departamento de Matemáticas.
Facultad de Ciencias. UNAM.
bta@hp.fciencias.unam.mx

Firma:

2. Propuesta de investigación

a. **Departamento**:
Ciencias Básicas.

b. **Area de investigación**:
Algebra, Geometría, y Computación Científica.

c. **Responsable**:
Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.

d. **Nombre del proyecto**:
Aspectos geométricos, algebraicos, y combinatorios de la variedad de $(\lambda : k)$-Grassmannianos.

e. **Objetivo general**:

El principal objetivo del presente proyecto es investigar propiedades geométricas y algebraicas de la variedad de $(\lambda : k)$-Grassmannianos. Concretamente, el interés principal es describir las componentes irreducibles de dicha variedad.

Objetivos particulares:

1. Determinar todas las particiones ordenadas $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_r)$ de n, tales que, para toda k, G_k^λ sea irreducible.
2. Decidir la veracidad del siguiente enunciado. Sean α, β ambos estándar, tales que $\beta = op(3, \alpha)$:

$$(\ dim(\beta) = dim(\alpha) + 1\ ) \vee (\ \text{la operación es reducida}\ ) \Rightarrow S_\alpha^\lambda \subset cl(S_\beta^\lambda)$$

3. Especificar las relaciones de inclusión en la colección $\{cl(S_\alpha^\lambda) : \alpha \in \mathcal{R}\}$, donde $\mathcal{R}$ la colección de k-tableros estándar de tipo λ que coinciden en todos los rectángulos de λ, excepto en uno.
4. Describir el conjunto de raíces, en $\mathbb{C}$, del polinomio

$$p_\lambda(z) = \sum_{i=0}^{n-2} dim(G_{i+1}^\lambda) z^{n-2-i}$$

f. **Antecedentes**:

En 1976, R. Steinberg establece, tal como aquí se presenta, el siguiente resultado debido a T. A. Springer ([14]):

([15]) *Sea G un grupo algebraico semisimple conexo, con cubierta universal separable, U la variedad unipotente de G, B un subgrupo de Borel de G y*

$$Y = \{(x, gB) \in B \times G/B : g^{-1}xg \in B\}$$

Entonces la proyección natural

$$\pi : Y \longrightarrow U$$

es una desingularización.

La variedad unipotente U de G consiste de los elementos unipotentes de G. Si $u \in U$, la fibra $\pi^{-1}(u)$ es una variedad de banderas invariantes de la forma $(G/B)^u$. R. Steinberg estudia, en [15], las variedades de la forma $(G/P)^u$, con P subgrupo parabólico de G. Cuando P es de Borel, observa que las componentes irreducibles son equidimensionales. Entre otras cosas, determina su dimensión y proporciona una descripción de sus componentes irreducibles. Esto abre la *línea de investigación*: *describir $(G/P)^u$, con P recorriendo todo el abanico de subgrupos parabólicos de G.* N. Spaltenstein muestra que la partición de Bruhat de G/B induce una partición de $(G/B)^u$ en espacios afines ([13]). N. Shimomura generaliza el resultado anterior al caso $(G/P)^u$, con P parabólico ([11]); posteriormente, obtiene otros resultados en la misma dirección ([12]). J. A. Vargas refina algunos resultados de Steinberg ([16]). P. L. Del Ángel considera algunos casos de $(G/B)^u$ ([2]). J. Martínez Bernal y H. Díaz Leal consideran el caso P parabólico maximal ([9], [3]). El problema de la dimensión se aborda en [6] y [7]. Adicionalmente, en [10], se proporciona una aproximación a los problemas considerados en este proyecto, desde el punto de vista de Sistemas.

No obstante el profuso trabajo alrededor de esta línea de investigación, actualmente hay gran cantidad de problemas a considerar. Por ejemplo, mediante la combinatoria presente en los k-tableros semiestándar de tipo λ, expresar completamente las relaciones de inclusión en las cerraduras proyectivas de las variedades afines involucradas. Esta combinatoria puede expresarse ya sea por medio de operaciones elementales reducidas, o bien por medio de rectángulos de λ. Por otro lado, las ecuaciones obtenidas en [3], van tanto en la dirección de aplicar las técnicas de Bases de Grobner para el cálculo de las cerraduras proyectivas anteriormente nombradas, como hacia la generalización de los resultados de la teoría clásica de invariantes ([4]).

Aunque es difícil precisar qué problema es más importante, lo cierto es que cada uno de ellos contribuye a la belleza propia de la teoría de estas variedades ([8]).

g. **Metodología**:

Una metodología frecuente en Matemáticas para resolver un problema (que será llamada *MC*), consiste en realizar ejemplos, ya sea en el ambiente del mismo, o bien, usando métodos categóricos, en el ambiente de una categoría equivalente adecuada, para plantear una conjetura, algo similar a lo que se hace en las ciencias experimentales. Posteriormente, se demuestra la conjetura usando el método deductivo propio de las Ciencias Exactas, o bien, se proporciona un contraejemplo a la misma, para replantear una nueva conjetura. En la *primera etapa* del proyecto se estudiarán las relaciones de inclusión en las cerraduras proyectivas de las variedades afines involucradas, mediante la combinatoria presente en los rectángulos de λ. Usando *MC*, se cuenta con la siguiente conjetura: cuando las operaciones se realizan enteramente en uno de éstos, las relaciones de inclusión son análogas al caso de la identidad. Se abordará el problema de describir el conjunto de raíces, en $\mathbb{C}$, del polinomio p_λ definido en el objetivo particular número 4. Los ejemplos resueltos computacionalmente proporcionan cotas para esta descripción.

En la *segunda etapa*, se estudiará el problema de determinar las particiones ordenadas $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_r)$ de n, tales que, para toda k, G_k^λ sea irreducible. Usando *MC*, se ha llegado a la siguiente conjetura: G_k^λ es irreducible únicamente para λ de uno de los tipos (p, q), $(p, \ldots, p, q)$, ó rectangular. Cuando λ no sea de uno de estos tipos, han de construirse ejemplos adecuados.

En la *tercera etapa*, se estudiará la relación de inclusión en las cerraduras proyectivas de las variedades afines involucradas, en la operación de tipo 3, sujeta a condiciones de dimensión ó reducibilidad.

En cualquier etapa, se buscará explotar las ecuaciones a las que se hace referencia en los antecedentes, como se hizo en los ejemplos del gancho y dos bloques ([3]). En la dirección de generalizar los resultados que se obtengan, se buscará adaptar los trabajos [1] y [5].

h. **Recursos disponibles y necesarios**:

Se cuenta con equipo de cómputo, sin embargo éste no es suficiente para las necesidades del proyecto. Por otro lado, aunque la Universidad cuenta con una amplia cantidad de suscripciones a revistas especializadas, aunado a convenios con bibliotecas de otras instituciones, es probable que se requiera el pago de algunos artículos ó libros que no sea posible adquirir por estos medios. Por lo tanto, serán necesarios recursos para los siguientes conceptos:

h.1 Equipo de cómputo: dos computadoras portátiles, una impresora ($45, 000.00).

h.2 Asistencia a congresos ($45, 000.00).

h.3 Consumibles: discos, memorias USB, cuadernos profesionales, plumas, cartuchos para la impresora ($15, 000.00).

Las cantidades anteriores son un estimado, para los dos años.

i. **Metas al primer y segundo año**:

- Primer año. Estudiar las relaciones de inclusión en las cerraduras proyectivas de las variedades afines involucradas, para el caso de los rectángulos de λ. Estudiar el conjunto de raíces, en $\mathbb{C}$, del polinomio p_λ definido en el objetivo particular número 4. Preparar y enviar un artículo de investigación a una revista especializada.
- Segundo año. Estudiar las relaciones de inclusión en las cerraduras proyectivas de las variedades afines involucradas, con respecto a la operación de tipo 3, sujeta a condiciones de dimensión ó

reducibilidad. Estudiar el problema de determinar las particiones ordenadas $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_r)$ de n, tales que, para toda k, G_k^λ sea irreducible. Preparar y enviar un artículo de investigación a una revista especializada.

j. **Producción esperada**:

Al término de los dos años, los siguientes productos:

- Dos artículos de investigación, enviados a revistas especializadas, para su publicación.
- Avance de un libro de investigación.
- Ponencias de algunos integrantes del proyecto en eventos como el congreso nacional de la SMM, y ACCOTA.

Cronograma de actividades:

- Primer año:

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primera etapa	X	X	X	X	X	X	X					
Segunda etapa	X	X	X	X	X	X	X					
Tercera etapa									X	X	X	X
Escritura de artículo				X	X	X	X	X	X			
Envío de artículo										X	X	X
Escritura de libro					X	X	X	X	X	X	X	X

- Segundo año:

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tercera etapa	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
Escritura de artículo					X	X	X	X	X	X		
Envío de artículo											X	X
Escritura de libro	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Referencias

[1] Cueto Hernández, Arturo & Díaz Leal Guzmán, Héctor (2013): *Introducción a la Teoría de Esquemas.* Memorias Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas. ESFM. IPN. México.

[2] Del Ángel Rodríguez, Pedro Luis (1990): *Geometría de* $\mathcal{F}_u$. Tesis doctoral. CINVESTAV, IPN. México.

[3] Díaz Leal Guzmán, Héctor (1997): *Aspectos geométricos y combinatorios de las componentes irreducibles de la variedad de* $(\lambda : k)$*-Grassmannianos.* Tesis doctoral. CINVESTAV, IPN. México.

[4] Díaz Leal Guzmán, Héctor (1999). *Bases de Grobner y teoría de invariantes.* Memorias del Seminario del Grupo de Investigación de Algebra y Geometría, págs. $5-11$, Universidad Autónoma Metropolitana. México.

[5] Díaz Leal Guzmán, Héctor & Herrera Aguirre, Rogelio (2013): *Geometría Birracional.* Memorias Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas. ESFM. IPN. México.

[6] Díaz Leal Guzmán, Héctor & Martínez Bernal, José (1998): *Semistandard* k*-tableaux: covering relations.* Bol. Soc. Mat. Mexicana (3) Vol. 4, $211-221$.

[7] Díaz Leal Guzmán, Héctor, Martínez Bernal, José & Romero, David (2001): *Dimension of the fixed point set of a nilpotent endomorphism on the flag variety.* Bol. Soc. Mat. Mexicana (3) Vol. 7, $23-33$.

[8] Humphreys, J. E. (1975). *Linear algebraic groups.* Graduate Texts in Mathematics 21, Springer-Verlag. Heidelberg-Berlin-New York.

[9] Martínez Bernal, José (1989): *Sobre la geometría de las banderas invariantes.* Tesis doctoral. CINVESTAV, IPN. México.

[10] Sánchez Reyes, J. F. (2012): *Implementación de programas en Mathematica para calcular componentes irreducibles en la variedad de* k*-subespacios* u*-invariantes.* Tesis de maestía en Ingeniería en Sistemas Computacionales. TESE. México. Director de tesis: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.

[11] Shimomura, N. (1980): *A theorem on the fixed point set of a unipotent transformation on the flag manifold.* J. Math. Soc. Japan, 32(1), $55-64$.

[12] Shimomura, N. (1985): *The fixed point subvarieties of unipotent transformations on the flag varieties.* J. Math. Soc. Japan, 32(1), $55-64$. J. Math. Soc. Japan, 37(3), $537-556$.

[13] Spaltenstein, N. (1976): *The fixed point set of a unipotent transformation on the flag manifold.* Proc. Kon. Akad. Wetenshc. Amsterdam 79, 452 − 456.

[14] Springer, T. A. (1969). *The unipotent variety of a semisimple group*. Proc. Bombay Colloq. Alg. Geom., 373 − 391. Bombay, India.

[15] Steinberg, R. (1976): *On the desingularization of the unipotent variety.* Inv. Math. 36, 209 − 224.

[16] Vargas Mendoza, J. A. (1976): *Fixed points under the action of unipotents elements of* SL_n *in the flag variety.* Tesis doctoral. UCLA. USA.

REFERENCIAS

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2009] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2009). *Introducción a la teoría de números algebraicos*. Notas del 2° Coloquio del Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México.

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2011] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2011). 2-class group of quadratic fields. *JP J. Algebra Number Theory Appl.*, 22(2):155–174.

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2012a] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2012a). A relation between ideals, diophantine equations and factorization in quadratic fields $\mathbb{F}$ with $h_{\mathbb{F}} = 2$. *International Journal of Algebra*, 6(15):729–745.

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2012b] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2012b). Units of pure quartic fields of the form $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ with a rational prime $p \equiv 7 \,(\mathrm{mod} 16)$. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 71(2):329–348.

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2013] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2013). Ramification of 2 in quadratic extensions over some pure quartic fields. *International Journal of Algebra*, 7(10):487–508.

[Aguilar-Zavoznik and Pineda-Ruelas, 2014] Aguilar-Zavoznik, A. and Pineda-Ruelas, M. (2014). *Introducción a los campos de números y campos de funciones*. Notas del 6° Coloquio del Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México.

[Anderson and Fuller, 1992] Anderson, F. and Fuller, K. (1992). *Rings and Categories of Modules*. Springer-Verlag, New York.

[Barrón-Romero,] Barrón-Romero, C. Optimal clusters lennard-jones. http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/LennardJones.html.

[Barrón Romero et al., 2011] Barrón Romero, C., Cueto Hernández, A., and Monroy Pérez, F. (2011). Complete description of the static level sets for the system of two particles under a van der waals potential. In *CCE*, Mérida, Yucatán, México.

[Barrón Romero et al., 2012] Barrón Romero, C., Cueto Hernández, A., and Monroy Pérez, F. (2012). Orbitas de sistemas de partículas no interactivas bajo un buen potencial a pares desde un punto de vista algebraico. In *AMCA*, Ciudad del Carmen, Campeche, México.

[Barron Romero et al., 1996] Barron Romero, C., Gómez Gómez, S., and Romero Vargas, D. (1996). Archimedean Polyhedron Structure Yields a Lower Energy Atomic Cluster. *Applied Mathematics Letters*, 9(5):75–78.

[Barron Romero et al., 1997] Barron Romero, C., Gómez Gómez, S., and Romero Vargas, D. (1997). Lower Energy Icosahedral Atomic Cluster with Incomplete Core. *Applied Mathematics Letters*, 10(5):25–28.

[Barron Romero and Kakadiaris, 2001] Barron Romero, C. and Kakadiaris, I. A. (2001). Estimating anthropometry and pose from a single uncalibrated image. *Computer Vision and Image Understanding*, 81(3):269–284.

[Barron Romero and Kakadiaris, 2004] Barron Romero, C. and Kakadiaris, I. A. (2004). Monocular human motion tracking. *Multimedia Systems*, 10(2):118–130.

[Barron Romero and Kakadiaris, 2000] Barron Romero, C. and Kakadiaris, l. A. (2000). On the improvement of anthropometry and pose estimation from a single uncalibrated image. In *HUMO 2000*, pages December 7–8, 2000, Austin, Texas.

[Becker and Weispfenning, 1993] Becker, T. and Weispfenning, V. (1993). *Grobner bases. A computacional approach to Commutative Algebra*, volume 141 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, Heidelberg-Berlin-New York.

[Bican et al., 1982] Bican, L., Kepka, T., and Němec, P. (1982). *Rings, Modules and Preradicals*. Marcel Dekker, New York.

[Cai et al., 2002a] Cai, W., Feng, Y., Shao, X., and Pan, Z. (2002a). Optimization of Lennard-Jones atomic clusters. *THEOCHEM*, 579:229–34.

[Cai et al., 2002b] Cai, W., Jiang, H., and Shao, X. (2002b). Global optimization of Lennard-Jones clusters by a parallel fast annealing evolutionary algorithm. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 42(5):1099–1103.

[Chorin, 2014] Chorin, A.J., M. J. (Third Edition, 2014). *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics*. Springer-Verlag, New York.

[Corbera et al., 2004] Corbera, M., Llibre, J., and Pérez-Chavela, E. (2004). Equilibrium points and central configurations for the lennard-jones 2- and 3-body problems. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 89(3):235–266.

[Cueto Hernández and Díaz Leal Guzmán, 2013] Cueto Hernández, A. and Díaz Leal Guzmán, H. (2013). Introducción a la teoría de esquemas. In *Memorias de la Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*, México. ESFM, IPN.

[Del Ángel Rodríguez, 1990] Del Ángel Rodríguez, P. L. (1990). *Geometría de $\mathcal{F}_u$*. PhD thesis, CINVESTAV, IPN.

[Díaz Leal Guzmán, 1997] Díaz Leal Guzmán, H. (1997). *Aspectos geométricos y combinatorios de las componentes irreducibles de la variedad de $(\lambda : k)$-Grassmannianos*. PhD thesis, CINVESTAV, IPN.

[Díaz Leal Guzmán, 1999] Díaz Leal Guzmán, H. (1999). Bases de grobner y teoría de invariantes. In *Memorias del Seminario del Grupo de Investigación de Algebra y Geometría*, pages 5–11, México. Universidad Autónoma Metropolitana.

[Díaz Leal Guzmán, 2014a] Díaz Leal Guzmán, H. (2014a). *Álgebra lineal*. Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México.

[Díaz Leal Guzmán, 2014b] Díaz Leal Guzmán, H. (2014b). *Segundo curso de Ecuaciones Diferenciales, con introducción a las Ecuaciones Diferenciales en derivadas parciales*. Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México. Libro de texto.

[Díaz Leal Guzmán and Herrera Aguirre, 2013] Díaz Leal Guzmán, H. and Herrera Aguirre, R. (2013). Geometría birracional. In *Memorias de la Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*, México. ESFM, IPN.

[Díaz Leal Guzmán and Martínez Bernal, 1998] Díaz Leal Guzmán, H. and Martínez Bernal, J. (1998). Semistandard k-tableaux: covering relations. *Bol. Soc. Mat. Mexicana*, 4(3):211–221.

[Díaz Leal Guzmán et al., 2001] Díaz Leal Guzmán, H., Martínez Bernal, J., and Romero, D. (2001). Dimension of the fixed point set of a nilpotent endomorphism on the flag variety. *Bol. Soc. Mat. Mexicana*, 7(3):23–33.

[Fernández-Alonso et al., 2011] Fernández-Alonso, R., Chimal-Dzul, H., Kepka, T., and Gavito, S. (2011). A class of rings for which the lattice of preradicals is not a set. *International Electronic Journal of Algebra*, 9:38–60.

[Fernández-Alonso and Gavito, 2006] Fernández-Alonso, R. and Gavito, S. (2006). The lattice of preradicals over local uniserial rings. *Journal of Algebra and Its Applications*, 5(6):731–746.

[Fernández-Alonso et al., 2012] Fernández-Alonso, R., Gavito, S., Raggi, F., Ríos, J., and Rincón, H. (2012). Semicoprime preradicals. *Journal of Algebra and Its Applications*, 11(6):1250115.

[Fernández-Alonso et al., 2002a] Fernández-Alonso, R., Raggi, F., Ríos, J., Rincón, H., and Signoret, C. (2002a). The lattice structure of preradicals. *Communications in Algebra*, 30(3):1533–1544.

[Fernández-Alonso et al., 2002b] Fernández-Alonso, R., Raggi, F., Ríos, J., Rincón, H., and Signoret, C. (2002b). The lattice structure of preradicals ii. *Journal of Algebra and Its Applications*, 1(2):201–214.

[Fernández-Alonso et al., 2004] Fernández-Alonso, R., Raggi, F., Ríos, J., Rincón, H., and Signoret, C. (2004). The lattice structure of preradicals iii. operators. *Journal of Pure and Applied Algebra*, 190:251–265.

[García-Martínez, 2013] García-Martínez, C. (15 de noviembre 2013). Fórmula de leibniz y la mecánica de fluidos. el teorema del transporte de Reynolds. In *Memorias de la XVIII Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*.

[García Martínez and Benítez Morales, 2001] García Martínez, C. and Benítez Morales, L. (2001). Geometría diferencial, inmersiones mínimas y mapeos armónicos entre esferas I. Reporte de investigación 436, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México.

[García-Martínez et al., 2013a] García-Martínez, C., Cueto-Hernandez, A., Benítez, L., and Ramírez, J. (2013a). *Campos escalares y campos vectoriales. Un enfoque diferencial.* Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México.

[García-Martínez et al., 2013b] García-Martínez, C., Ramírez, J., Palacios, G., and Ortega, O. (2013b). *Cálculo de varias variables. Libro de ejemplos resueltos.* Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México.

[Gavito, 2013] Gavito, S. (2013). *Sobre la condición de ser conjunto para retículas de prerradicales.* PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México.

[Guzmán, 2012] Guzmán, L. V. (2012). Sistema generador de ejercicios de integración polinomial. Proyecto Terminal: Licenciatura en Ingeniería en Computación, UAM-Azcapotzalco. Asesor: Carlos Barrón Romero.

[Haberland et al., 2005] Haberland, H., Hippler, T., Donges, J., Kostko, O., Schmidt, M., and von Issendorff, B. (2005). Melting of sodium clusters: Where do the magic numbers come from? *Phys. Rev. Lett.*, 94:035701.

[Hartshorne, 1997] Hartshorne, R. (1997). *Algebraic geometry*, volume 52 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, Heidelberg-Berlin-New York.

[Hsu, 1987] Hsu, H. P. (1987). *Análisis vectorial.* Addison-Wesley Iberoamericana, USA.

[Humphreys, 1975] Humphreys, J. E. (1975). *Linear algebraic groups*, volume 21 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, Heidelberg-Berlin-New York.

[Hungerford, 2003] Hungerford, T. (2003). *Algebra*, volume 73 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, New York.

[Ireland and Rosen, 1998] Ireland, K. and Rosen, M. (1998). *A Classical Introduction to Modern Number Theory*, volume 84 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, New York.

[Kakadiaris and Barron Romero, 2006] Kakadiaris, I. A. and Barron Romero, C. (2006). *Human Motion Analysis*, pages 325–340. Springer, USA. Chapter in Handbook of Mathematical Models in Computer Vision.

[Kakadiaris et al., 2003] Kakadiaris, I. A., Grigoriadis, K., Magruder, D., Baker, K., and Barron Romero, C. (2003). Optical tracking. In *The Institute for Space Systems Operations-University of Houston, Annual Report*, pages 37–76.

[Lang, 2005a] Lang, S. (2005a). *Algebra*, volume 211 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, New York.

[Lang, 2005b] Lang, S. (2005b). *Algebraic Number Theory*, volume 110 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag, New York.

[Martínez-Bernal, 1989] Martínez-Bernal, J. (1989). *Sobre la geometría de las banderas invariantes.* PhD thesis, CINVESTAV - IPN.

[Raggi et al., 2005] Raggi, R., Ríos, J., and Wisbauer, R. (2005). Coprime preradicals and modules. *Journal of Pure and Applied Algebra*, 200:51–69.

[Romero Vargas et al., 1999a] Romero Vargas, D., Barrón Romero, C., and Gómez Gómez, S. (1999a). The optimal configurations of LJ atomic clusters: 148-309. In *Siam Annual Meeting*, Atlanta, GA, USA.

[Romero Vargas et al., 1999b] Romero Vargas, D., Barrón Romero, C., and Gómez Gómez, S. (1999b). The optimal geometry of Lennard-Jones clusters: 148-309. *Computer Physics Communications*, 123:87–96.

[Rosen, 2010] Rosen, M. (2010). *Number Theory in Function Fields*, volume 210 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York.

[Sánchez-Reyes, 2012] Sánchez-Reyes, J. F. (2012). Implementación de programas en mathematica para calcular componentes irreducibles en la variedad de k-subespacios u-invariantes. Tesis de maestía en ingeniería en sistemas computacionales, TESE. Asesor: Dr. Héctor Díaz Leal Guzmán.

[Servín-Pérez, 2009] Servín-Pérez, J. (2009). Localización y reconocimiento de rostros con cambio de escala mediante imágenes monoculares de frente. Tesis de Maestría, UAM-Azcapotzalco. Director: Carlos Barrón Romero, Codirector: Dr. Felipe Monroy Pérez.

[Shimomura, 1980] Shimomura, N. (1980). A theorem on the fixed point set of a unipotent transformation on the flag manifold. *J. Math. Soc. Japan*, 32(1):55–64.

[Shimomura, 1985] Shimomura, N. (1985). The fixed point subvarieties of unipotent transformations on the flag varieties. *J. Math. Soc. Japan*, 37(3):537–556.

[Spaltenstein, 1976] Spaltenstein, N. (1976). The fixed point set of a unipotent transformation on the flag manifold. *Proc. Kon. Akad. Wetenshc. Amsterdam*, 79:452–456.

[Springer, 1969] Springer, T. A. (1969). The unipotent variety of a semisimple group. In *Proc. Bombay Colloq. Alg. Geom.*, pages 373–391, Bombay, India.

[Steinberg, 1976] Steinberg, R. (1976). On the desingularization of the unipotent variety. *Inv. Math.*, 36:209–224.

[Stenström, 1975] Stenström, B. (1975). *Rings of Quotients*, volume 217 of *Die Grundlehren der Math. Wiss. in Einzeld*. Springer-Verlag, Berlin.

[Stewart, 2001] Stewart, I. (2001). *Algebraic Number Theory and Fermat's Last Theorem*. A K Peters/CRC Press.

[Stichtenoth, 2008] Stichtenoth, H. (2008). *Algebraic Function Fields and Codes*, volume 254 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag.

[Vargas-Mendoza, 1976] Vargas-Mendoza, J. A. (1976). *Fixed points under the action of unipotents elements of SL_n in the flag variety*. PhD thesis, UCLA, USA.

[Villa, 2006] Villa, G. (2006). *Topics in the Theory of Algebraic Function Fields*. Birkhäuser.

[Wisbauer, 1991] Wisbauer, R. (1991). *Foundations of Module and Ring Theory*. Reading-Paris.

[Yunus, 2010] Yunus, A.Çengel, C. J. M. (segunda edición, 2010). *Mecánica de fluidos, fundamentos y aplicaciones*. Mc Graw Hill, México.