

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Examen Global de Cálculo Diferencial

Primavera de 2012. Matutino.

Nombre: _____ Grupo: _____

Matrícula: _____

El examen global consta de los ejercicios marcados con ♦, si presentas un parcial resuelve todos los de la parte correspondiente.

Primera Parte

1. – Derive las siguientes funciones.

5pts ♦ (a) $f(x) = \operatorname{sen}^3(4x^3 + x)$

5pts ♦ (b) $g(x) = (\tan 2x) \sqrt{\frac{1}{4+x^2}}$

2. – El desplazamiento, en centímetros, de un objeto en movimiento armónico simple está dado por la función:

$$x(t) = \frac{1}{3} \cos 12t - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2t$$

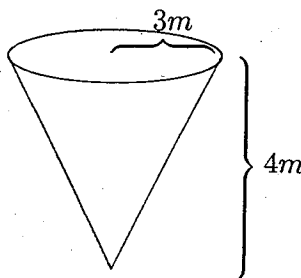
donde t está en segundos. Calcule la razón de cambio instantáneo de la posición del objeto en $t = 0.5s$.

10pts ♦ 3. – Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva definida por la ecuación

$$\tan^2 xy + \operatorname{sen}^3 \left(x + \frac{\pi y}{4} \right) + y = 3$$

en el punto $(\pi/4, 1)$.

15pts ♦ 4. – Un depósito de agua tiene forma de un cono invertido como se muestra en la figura. Si éste tiene $3m$ de radio y $4m$ de altura, y se está llenando a razón de $0.3m^3/min$, encuentre la razón de cambio del nivel de agua cuando ésta tiene una profundidad de $1.5m$.

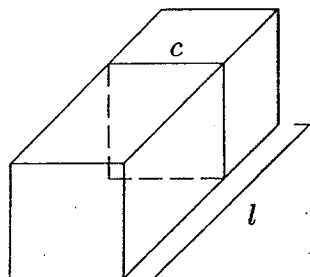


Segunda Parte

15pts ♦ 1.— Sea la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Construya su gráfica mediante un análisis completo que incluya:

- a) Su dominio y raíces.
- b) Puntos críticos.
- c) Monotonía y extremos relativos.
- d) Concavidad y puntos de inflexión.

15pts ♦ 2.—Las normas del servicio postal de una ciudad exigen que la longitud, l , más el contorno, c , (ver figura) de un paquete no exedan los 300cm. A fin de cumplir exactamente con esta norma, se diseña una caja de base rectangular con las caras de la sección transversal cuadradas. Determine el lado del cuadrado y la longitud de la caja que proporcionen, bajo la restricción impuesta, el volumen máximo.



Tercera Parte

10pts ♦ 1.— Si existe, encuentre la función inversa de $f(x) = \frac{e^x - 2}{3 + e^x}$. Mediante composición verifique su resultado.

2.— Calcule la derivada de la función $f(x) = e^{-4x} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$.

15pts ♦ 3.— Sea la función $f(x) = (1 - x)e^{-x}$. Construya su gráfica mediante un análisis completo que incluya:

- a) Su dominio y raíces.
- b) Puntos críticos.
- c) Monotonía y extremos relativos.
- d) Concavidad y puntos de inflexión.

10pts ♦ 4.— Estime el valor de $\ln(1.1)$ usando un polinomio de Taylor adecuado de grado 3.