

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Examen Global de Cálculo Diferencial

Primavera de 2012. Vespertino.

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

El examen global consta de los ejercicios marcados con ♦, si presentas un parcial resuelve todos los de la parte correspondiente.

Primera Parte

1.— Derive las siguientes funciones.

5pts ♦ (a)  $f(x) = 4x^3 \sec^2 x$

5pts ♦ (b)  $g(x) = \tan \sqrt{\frac{1}{4+x^2}}$

2.— Una pelota es arrojada desde un puente. La altura  $h$  a la que se encuentra la pelota encima del piso,  $t$  segundos después de que es arrojada, está dada por la función:

$$h(t) = -16t^2 + 50t + 36$$

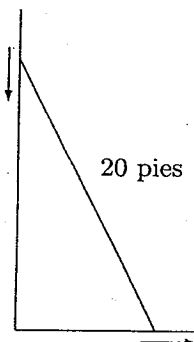
¿Cuál es la altura del puente?, ¿cuál la velocidad instantánea de la pelota en  $t = 1s$ ?

10pts ♦ 3.— Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva definida por la ecuación

$$\sin^3 xy + \cos^2(x+y) + y = 0$$

en el punto  $(-\pi/2, 0)$ .

15pts ♦ 4.— Una escalera de 20 pies de largo está apoyada contra una pared de un edificio. La base de la escalera resbala alejándose de la pared a razón de 3 pies por segundo. ¿Con qué rapidez desciende el extremo superior de la escalera cuando éste se encuentra a 8 pies del piso?

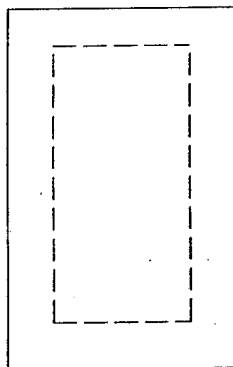


## Segunda Parte

15pts ♦ 1.— Sea la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ . Construya su gráfica mediante un análisis completo que incluya:

- a) Su dominio y raíces.
- b) Puntos críticos.
- c) Monotonía y extremos relativos.
- d) Concavidad y puntos de inflexión.

15pts ♦ 2.—Una página de un libro debe contener 500 centímetros cuadrados de impresión. Los márgenes de la parte superior e inferior de la página deberán ser de 2.5 centímetros cada uno, y los laterales de 2 centímetros cada uno. Calcule cuáles deben ser las dimensiones de la página para que se utilice la menor cantidad de papel.



## Tercera Parte

10pts ♦ 1.— Si existe, encuentre la función inversa de  $f(x) = \frac{\ln x - 2}{3 + \ln x}$ . Mediante composición verifique su resultado.

2.— Calcule la derivada de la función  $f(x) = \frac{e^{-4x}}{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}$ .

15pts ♦ 3.— Sea la función  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Construya su gráfica mediante un análisis completo que incluya:

- a) Su dominio y raíces.
- b) Puntos críticos.
- c) Monotonía y extremos relativos.
- d) Concavidad y puntos de inflexión.

10pts ♦ 4.— Estime el valor de  $e^{0.04}$  usando un polinomio de Taylor adecuado de grado 2 para la función  $f(x) = e^{x^2}$ .