

## EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL

4 de diciembre de 2012; de 10:00 a 13:00 horas.

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo \*.*

*Todas las respuestas deben tener su desarrollo.*

### PRIMERA PARTE

1. \* (10 puntos) Derive la siguiente función:

$$f(x) = \cos^2(\sin(3x^2 + 1)) + \frac{x}{x^2 + 1}.$$

2. \* (15 puntos) Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto  $(1, -1)$  a la curva definida por la ecuación:

$$xy^2 + 4y^3 + 3x = 0.$$

3. \* (20 puntos) Una placa en forma de triángulo equilátero se expande con el tiempo. Cada lado aumenta a razón constante de 2 milímetros por hora. Cuando el área de la placa es de  $200\sqrt{12} \text{ cm}^2$ , ¿cuál es la razón de crecimiento del área?

2. Haga un análisis completo de la función  $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$  para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:

- Dominio y raíces.
- Intervalos donde crece y donde decrece.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad.
- Puntos de inflexión.

3. \* (15 puntos) Una caja con base rectangular y con tapa debe tener un volumen de 288 pulgadas cúbicas. El largo de la base de la caja debe medir el triple de su ancho. ¿Qué dimensiones hacen que la caja tenga el área superficial mínima?

### TERCERA PARTE

1. \* (10 puntos) Derivar la función:

$$g(x) = xe^{(3x^2+1)} + \ln\left(\frac{x^3+1}{\sqrt{x^2+3x}}\right).$$

2. Derivar la función:

$$h(x) = (\tan x)^{\ln x}.$$

3. \* (20 puntos) Haga un análisis completo de la función  $f(x) = \frac{\ln(7x)}{x}$  para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:

- Dominio y raíces.
- Intervalos donde crece y donde decrece.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad y
- Puntos de inflexión.

4. \* (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor, de grado 3, de la función  $y = xe^x$ , alrededor del punto  $c = -1$ .

### SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de  $f'(x)$ , que se muestra a continuación, determinar para la función  $f(x)$ :

- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Puntos críticos de primer orden y su clasificación.
- Puntos de inflexión.
- Intervalos de concavidad.

