Universidad Autónoma Metropolitana-Azc.
Departamento de Ciencias Básicas
EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL
Trimestre 13-I, Turno matutino

NOMBRE———————————————— MATRÍCULA————————

El examen global consta de todos los ejercicios. Todas las respuestas requieren procedimiento.

Primera Parte

1. **[10%]** Obtener la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \cos^2\sqrt{2x - \frac{1}{x}}$$

2. **[10%]** Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva definida implícitamente como

$$3x\text{sen}(\pi y) + y\text{sen}(\pi x) = -2$$

en el punto $(1/2, 1/2)$.

3. **[10%]** Un cohete es lanzado en direción vertical y rastreado por una estación de radar, situada en el suelo a 3 milla del sitio de lanzamiento. ¿Cuál es la velocidad vertical del cohete en el momento que su distancia a la estación de radar es de 5 millas, si su distancia aumenta a razón de 5000 $millas/hora$.?

Segunda Parte

1. **[15%]** Para la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$$

Determinar:

(a) Dominio y raíces
(b) Intervalos de monotonía
(c) Puntos críticos, máximos y mínimos locales
(d) Concavidad y puntos de inflexión
(e) Asíntotas, bosquejo gráfico y rango.

2. **[10%]** Se desea construir una cisterna con base rectangular y sin tapa, de manera que el ancho de la base sea el triple de la altura de la cisterna. Calcular las dimensiones que debe tener la cisterna para que el volumen sea de $25m^3$ y se requiera la mínima cantidad de material en su construcción.

Tercera Parte

1. **[10%]** Derivar las siguientes funciones

$$f(x) = \operatorname{arcsen}(3x^2 + 2) \qquad g(x) = (x+1)e^{-\frac{2}{x}}$$

2. **[15%]** Para la función $f(x) = x\ln^2(x)$ determinar:

   (a) Dominio y raíces

   (b) Intervalos de monotonía, máximos y mínimos locales

   (c) Concavidad y puntos de inflexión

   (d) Bosquejo gráfico

3. **[10%]** Determinar un intervalo en el que exista la inversa de la función

$$f(x) = 3\cos^2(2x) - 1$$

   y obtener su inversa.

4. **[10%]** Obtener el polinomio de Taylor de grado 3 en $x = 0$ de la función

$$f(x) = \operatorname{arctg}(2x)$$

   y con éste obtenga una aproximación al valor de $\operatorname{arctg}(0.2)$

Universidad Autónoma Metropolitana-Azc.
Departamento de Ciencias Básicas
EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL
Trimestre 13-I, Turno vespertino

NOMBRE———————————————— MATRÍCULA————

El examen global consta de todos los ejercicios. Todas las respuestas requieren procedimiento.

Primera Parte

1. [10%] Obtener la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \tan^3\sqrt{3x^2 - \frac{1}{x}}$$

2. [10%] Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva definida implícitamente como

$$3xy + \pi\cos(y) = \frac{3}{2}\pi$$

en el punto $(1, \frac{\pi}{2})$.

3. [10%] Cuando un plato circular de metal se está calentando en un horno, su radio aumenta a razón de $0.01\, cm/min$ ¿A qué razón aumenta el área del plato, cuando su radio mide 50 cm.?

Segunda Parte

1. [15%] Para la función

$$f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 16}$$

Determine:

(a) Dominio y raíces
(b) Intervalos de monotonía
(c) Puntos críticos, máximos y mínimos locales
(d) Concavidad y puntos de inflexión
(e) Asíntotas, bosquejo gráfico y rango.

2. [10%] El espacio de impresión de una página ha de ser de $81cm^2$. Los márgenes superior e inferior son de 3 cm. cada uno, mientras que las laterales son de 2 cm. cada uno. Hallar las dimensiones más económicas para imprimir la página.

Tercera Parte

1. [10%] Derivar las siguientes funciones

$$f(x) = \operatorname{arctg}(3x^2 + 2) \qquad g(x) = \frac{(x+1)}{e^{x^2}}$$

2. [15%] Para la función

$$f(x) = \frac{x}{ln(x)}$$

determinar:

(a) Dominio y raíces

(b) Intervalos de monotonía, máximos y mínimos locales

(c) Concavidad y puntos de inflexión

(d) Asíntotas y bosquejo gráfico

3. [10%] Obtener un intervalo en el que exista la inversa de la función

$$f(x) = 2\operatorname{sen}^2(3x) - 1$$

y determinar su inversa.

4. [10%] Determinar el polinomio de Taylor de grado 3 en $x = 0$ de la función

$$f(x) = \ln(1 + x)$$

y con éste obtener una aproximación al valor de $\ln(1.2)$

EXAMEN GLOBAL DE **CÁLCULO DIFERENCIAL**
16 de julio de 2013. 10:00 a 13:00 horas.

Nombre: ______________________________ Matrícula: ______________

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *.*
Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

PRIMERA PARTE

1. Derive la siguiente función:

$$f(x) = cos^3(\sqrt{2x}\ ) + \frac{x}{x^2+1}.$$

2. * (15 puntos) Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto (3, 2) a la curva definida por la ecuación:

$$-xy + y^2 + 2x^2 = 16.$$

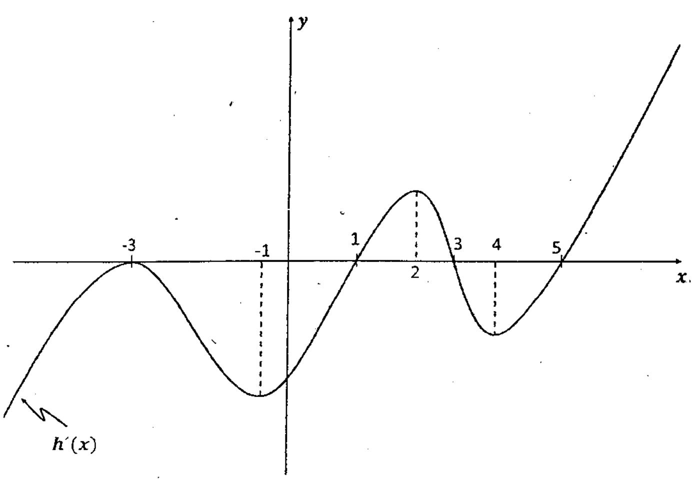
3. * (20 puntos) El diámetro y la altura de un cilindro circular recto son, en un cierto instante, 10 cm y 20 cm respectivamente. Si el diámetro aumenta a razón de 1 cm por minuto en dicho instante, ¿cuál es la razón de cambio de la altura del cilindro para que el volumen permanezca constante?

2. Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{(x+1)^2}{1+x^2}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.

3. * (15 puntos) Se desea construir un recipiente cilíndrico sin tapa que tenga un volumen de $1\ m^3$. El material que se requiere para la base del recipiente cuesta tres veces más que el que se requiere para la parte lateral. Calcular las dimensiones del recipiente (radio y altura) para que el costo del material que se necesita para la fabricación sea mínimo.

SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $h'(x)$, que se muestra a continuación, determinar para la función $h(x)$:
   a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   b) Puntos críticos y su clasificación.
   c) Puntos de inflexión.



TERCERA PARTE

1. * (10 puntos) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{1 + 2\ln(sen\, x)}$$

2. * (10 puntos) Derivar la función:

$$h(x) = (sen^2\, x)^{e^x}.$$

3. * (20 puntos) Haga un análisis completo de la función $f(x) = (x+1)e^x$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.

4. * (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor, de grado 3, de la función $y = xe^x$, alrededor del punto $c = -1$.

EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL

16 de julio de 2013. 15:00 a 18:00 horas.

Nombre: ______________________________ Matrícula: ______________

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *.*
Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

PRIMERA PARTE

1. Derive la siguiente función:

$$f(x) = tan^3(\sqrt{2x}) + \frac{x}{x^2-1}.$$

2. * (15 puntos) Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto $(\sqrt{3}, 2)$ a la curva definida por la ecuación:

$$x^2 - \sqrt{3}\,xy + 2y^2 = 5.$$

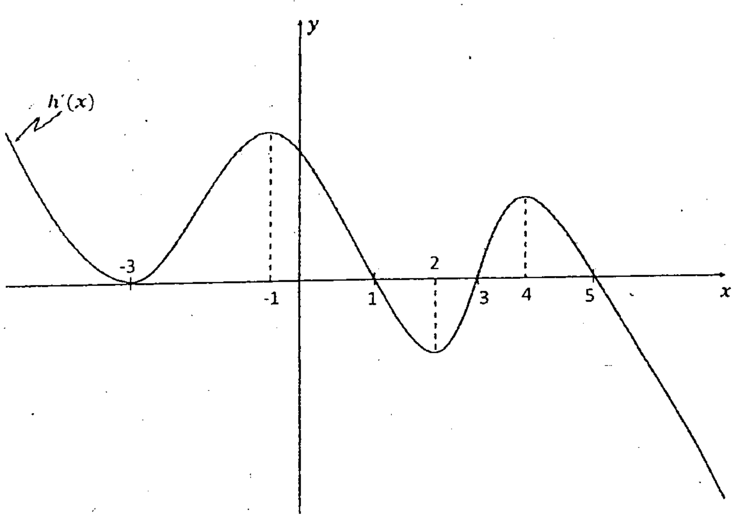
3. * (20 puntos) Cuando un plato circular de metal se calienta en un horno, su radio aumenta a razón de $0.01\ \mathrm{cm/min}$. ¿A qué razón aumenta el área del plato cuando el radio es de 50 cm?

2. Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.

3. * (15 puntos) Una caja con base rectangular y sin tapa debe tener un volumen de 1 metro cúbico. El largo de la base de la caja debe medir el triple de su ancho. ¿Qué dimensiones hacen que la caja tenga el área superficial mínima?

SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $h'(x)$, que se muestra a continuación, determinar para la función $h(x)$:
   a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   b) Puntos críticos de primer orden y su clasificación.
   c) Puntos de inflexión.



TERCERA PARTE

1. * (10 puntos) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos 2x}$$

2. * (10 puntos) Derivar la función:

$$h(x) = (x^2 - 2x)^{e^x}.$$

3. * (20 puntos) Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^3}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad y
   e) Puntos de inflexión.

4. * (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor, de grado 3, de la función $f(x) = \arctan x$, alrededor del punto $c = -1$.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

EXAMEN GLOBAL DE **CÁLCULO DIFERENCIAL**

19/11/ 2013. 10:00 a 13:00 horas.

Nombre: ______________________________ Matrícula: ____________

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.*

PRIMERA PARTE

1. * (15 puntos) Derivar las siguientes funciones:

   a) $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{\sqrt{2x}}$.

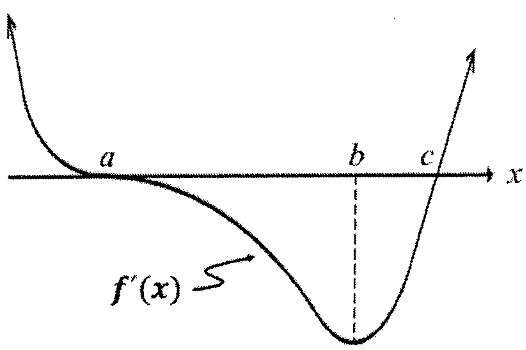
   b) $h(\theta) = \sqrt{\theta}\, cos^3(3\theta) - \frac{tan^2(\theta)}{\theta}$.

2. * (15 puntos) Obtener la pendiente y la ecuación de la recta tangente a la curva $\frac{3y}{2x} + \cos(5y) = 1$ en el punto P $(1, 0)$.

3. * (10 puntos) Un bloque cúbico de hielo se funde de tal forma que su arista disminuye con regularidad 2 mm por hora. ¿Cuál es la razón con la que disminuye su volumen cuando la arista mide 25 cm?

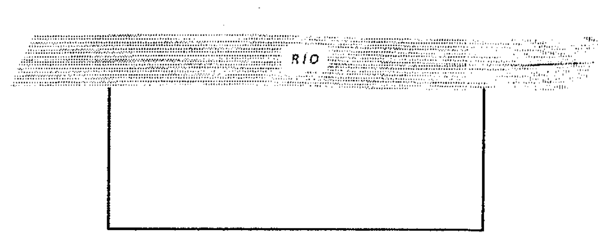
SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $f'(x)$, que se muestra a continuación, determinar para la función $f(x)$:
   a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   b) Puntos críticos y su clasificación.
   c) Puntos de inflexión.
   d) Intervalos de concavidad.



2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$, determinar:
   a) Intervalos de monotonía
   b) Puntos críticos y su clasificación.
   c) Intervalos de concavidad.
   d) Puntos de inflexión.
   e) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
   f) Bosquejo de la gráfica

3. * (15 puntos) Un granjero tiene 2400 m de malla para cercar un campo rectangular que limita con un río como se muestra en la figura (no necesita cercar a lo largo del río). ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo que permiten el área más grande?



TERCERA PARTE

1. Derivar la función

   $h(x) = \sqrt{\arctan(1+e^{-x})} + ln^3(7x^2+x)$.

2. Derivar la función

   $h(x) = (sen\, x)^{e^x}$.

3. * (25 puntos) Dada la función $f(x) = (1-x)e^{-x}$, determinar:

   a) Dominio, raíces y asíntotas
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.
   f) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
   g) Bosquejo de la gráfica.

4. * (10 puntos) Para la función $h(x) = e^x + e^{-x}$, determinar algún intervalo en donde la función tenga inversa. Notando que $h(1) = \frac{e^2+1}{e}$, calcular $(h^{-1})'\left(\frac{e^2+1}{e}\right)$.

5. * (10 puntos) Calcular el valor aproximado de cos 92°, utilizando un polinomio de Taylor de grado 5.

UNIVERSIDADA AUTÓNOMA METROPOLITANA
EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL
19/11/2013. 15:00 a 18:00 horas.

Nombre: ______________________________ Matrícula: __________

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.*

PRIMERA PARTE

1. * (15 puntos) Derivar las siguientes funciones:

   a) $f(t) = \frac{(2t-1)^{1/2}}{(t^2+1)^3}$.

   b) $g(x) = sen^2(x)\cot(3x^2)$.

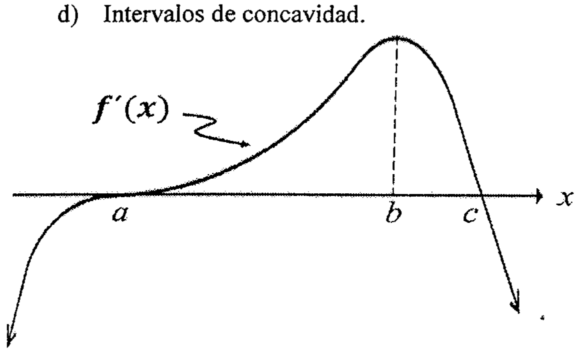
2. * (15 puntos) Obtener la ecuación de la recta tangente, en el punto $(1, \pi/2)$, a la gráfica de la función $y(x)$ definida por la ecuación:

$$\frac{y}{x} - x\,cos(y) = \frac{\pi}{2}$$

3. * (10 puntos) La altura y la base de un triángulo están cambiando. La altura del triángulo crece a razón de $1\ cm/min$ y su área a razón de $2\ cm^2/min$. ¿Cuál es la razón con la que cambia la base del triángulo cuando su altura mide $10\ cm$ y su área $100\ cm^2$?

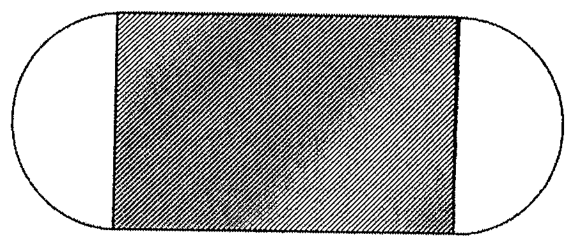
SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $f\,'(x)$ mostrada a continuación, determinar para la función $f(x)$:
   a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   b) Puntos críticos y su clasificación.
   c) Puntos de inflexión.
   d) Intervalos de concavidad.



2. Dada la función $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$, determinar:
   a) Intervalos de monotonía
   b) Puntos críticos y su clasificación.
   c) Intervalos de concavidad.
   d) Puntos de inflexión.
   e)
   $$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad y \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$
   f) Bosquejo de la gráfica

3. * (15 puntos) Se va a construir una pista de carreras mostrada a continuación, con la forma de dos caminos rectos iguales y paralelos, conectados por semicírculos en los extremos. La longitud de una vuelta a la pista será exactamente de 4 km. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para maximizar el área rectangular sombreada?



TERCERA PARTE

1. Derivar la función
$$g(x) = xe^{-x^2} + ln\left(\frac{x+5}{sen\,x}\right).$$

2. Derivar la siguiente función mediante derivación logarítmica.
$$h(x) = (sen\,x)^{e^x}.$$

3. * (25 puntos) Dada la función $f(x) = x^2e^{-x}$, determinar:
   a) Dominio, raíces y asíntotas.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.
   f)
   $$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad y \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$
   g) Bosquejo de la gráfica.

4. * (10 puntos) Para la función $h(x) = x - \ln(x)$, determinar algún intervalo en donde la función tenga inversa y calcular $(h^{-1})'(e-1)$, notando que $h(e) = e - 1$.

5. * (10 puntos) Calcular el valor aproximado de sen 179°, utilizando un polinomio de Taylor de grado 5.