

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL  
19/11/ 2013. 15:00 a 18:00 horas.

13-0

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo \*. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.*

**PRIMERA PARTE**

1. \* (15 puntos) Derivar las siguientes funciones:

a)  $f(t) = \frac{(2t-1)^{1/2}}{(t^2+1)^3}$ .

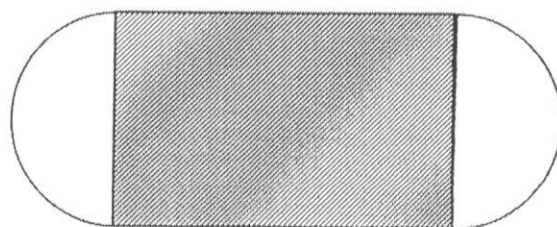
b)  $g(x) = \operatorname{sen}^2(x) \cot(3x^2)$ .

2. \* (15 puntos) Obtener la ecuación de la recta tangente, en el punto  $(1, \pi/2)$ , a la gráfica de la función  $y(x)$  definida por la ecuación:

$$\frac{y}{x} - x \cos(y) = \frac{\pi}{2}$$

3. \* (10 puntos) La altura y la base de un triángulo están cambiando. La altura del triángulo crece a razón de  $1 \text{ cm/min}$  y su área a razón de  $2 \text{ cm}^2/\text{min}$ . ¿Cuál es la razón con la que cambia la base del triángulo cuando su altura mide  $10 \text{ cm}$  y su área  $100 \text{ cm}^2$ ?

3. \* (15 puntos) Se va a construir una pista de carreras mostrada a continuación, con la forma de dos caminos rectos iguales y paralelos, conectados por semicírculos en los extremos. La longitud de una vuelta a la pista será exactamente de  $4 \text{ km}$ . ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para maximizar el área rectangular sombreada?



**TERCERA PARTE**

1. Derivar la función

$$g(x) = xe^{-x^2} + \ln\left(\frac{x+5}{\operatorname{sen} x}\right).$$

2. Derivar la siguiente función mediante derivación logarítmica.

$$h(x) = (\operatorname{sen} x)^{e^x}.$$

3. \* (25 puntos) Dada la función  $f(x) = x^2 e^{-x}$ , determinar:

- Dominio, raíces y asíntotas.
- Intervalos donde crece y donde decrece.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad.
- Puntos de inflexión.

f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- g) Bosquejo de la gráfica.

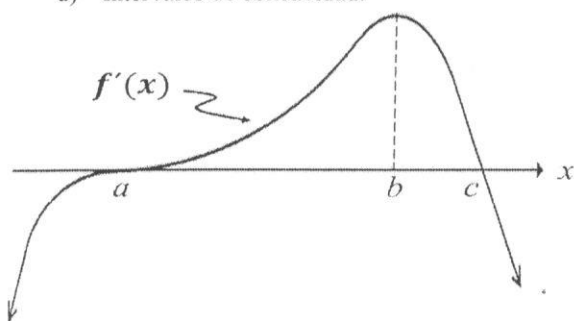
4. \* (10 puntos) Para la función  $h(x) = x - \ln(x)$ , determinar algún intervalo en donde la función tenga inversa y calcular  $(h^{-1})'(e - 1)$ , notando que  $h(e) = e - 1$ .

5. \* (10 puntos) Calcular el valor aproximado de  $\operatorname{sen} 179^\circ$ , utilizando un polinomio de Taylor de grado 5.

**SEGUNDA PARTE**

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de  $f'(x)$  mostrada a continuación, determinar para la función  $f(x)$ :

- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Puntos de inflexión.
- Intervalos de concavidad.



2. Dada la función  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$ , determinar:

- Intervalos de monotonía
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad.
- Puntos de inflexión.

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- f) Bosquejo de la gráfica