

EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL

16 de julio de 2013. 10:00 a 13:00 horas.

13-P

Nombre: _____ Matrícula: _____

El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *.
Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

PRIMERA PARTE

1. Derive la siguiente función:

$$f(x) = \cos^3(\sqrt{2x}) + \frac{x}{x^2+1}.$$

2. * (15 puntos) Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto (3, 2) a la curva definida por la ecuación:

$$-xy + y^2 + 2x^2 = 16.$$

3. * (20 puntos) El diámetro y la altura de un cilindro circular recto son, en un cierto instante, 10 cm y 20 cm respectivamente. Si el diámetro aumenta a razón de 1 cm por minuto en dicho instante, ¿cuál es la razón de cambio de la altura del cilindro para que el volumen permanezca constante?

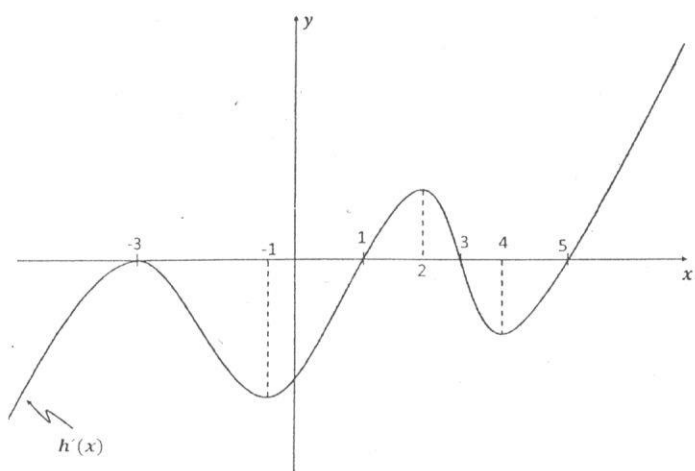
2. Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{(x+1)^2}{1+x^2}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:

- Dominio y raíces.
- Intervalos donde crece y donde decrece.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad.
- Puntos de inflexión.

3. * (15 puntos) Se desea construir un recipiente cilíndrico sin tapa que tenga un volumen de 1 m^3 . El material que se requiere para la base del recipiente cuesta tres veces más que el que se requiere para la parte lateral. Calcular las dimensiones del recipiente (radio y altura) para que el costo del material que se necesita para la fabricación sea mínimo.

SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $h'(x)$, que se muestra a continuación, determinar para la función $h(x)$:
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 - Puntos críticos y su clasificación.
 - Puntos de inflexión.



TERCERA PARTE

1. * (10 puntos) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln(\sin x)}$$

2. * (10 puntos) Derivar la función:

$$h(x) = (\sin^2 x)^{e^x}.$$

3. * (20 puntos) Haga un análisis completo de la función $f(x) = (x+1)e^x$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:

- Dominio y raíces.
- Intervalos donde crece y donde decrece.
- Puntos críticos y su clasificación.
- Intervalos de concavidad.
- Puntos de inflexión.

4. * (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor, de grado 3, de la función $y = xe^x$, alrededor del punto $c = -1$.