EXAMEN GLOBAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL

16 de julio de 2013. 15:00 a 18:00 horas. 13-P

Nombre: ______________________ Matrícula: __________

*El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *.*
Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

PRIMERA PARTE

1. Derive la siguiente función:

$$f(x) = tan^3(\sqrt{2x}) + \frac{x}{x^2-1}.$$

2. * (15 puntos) Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto $(\sqrt{3},\ 2)$ a la curva definida por la ecuación:

$$x^2 - \sqrt{3}\,xy + 2y^2 = 5.$$

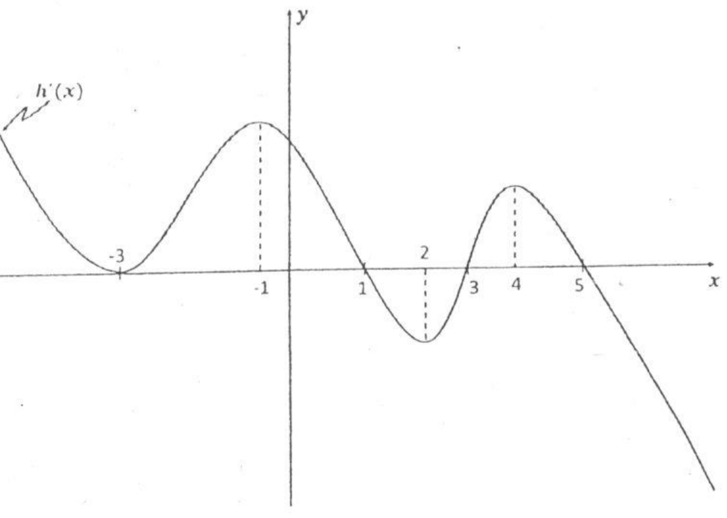
3. * (20 puntos) Cuando un plato circular de metal se calienta en un horno, su radio aumenta a razón de 0.01 cm/min. ¿A qué razón aumenta el área del plato cuando el radio es de 50 cm?

2. Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad.
   e) Puntos de inflexión.

3. * (15 puntos) Una caja con base rectangular y sin tapa debe tener un volumen de 1 metro cúbico. El largo de la base de la caja debe medir el triple de su ancho. ¿Qué dimensiones hacen que la caja tenga el área superficial mínima?

SEGUNDA PARTE

1. Considerando el bosquejo de la gráfica de $h'(x)$, que se muestra a continuación, determinar para la función $h(x)$:
   a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   b) Puntos críticos de primer orden y su clasificación.
   c) Puntos de inflexión.



TERCERA PARTE

1. * (10 puntos) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos 2x}$$

2. * (10 puntos) Derivar la función:

$$h(x) = (x^2 - 2x)^{e^x}.$$

3. * (20 puntos) Haga un análisis completo de la función $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^3}$ para obtener el bosquejo de su gráfica. El análisis debe incluir:
   a) Dominio y raíces.
   b) Intervalos donde crece y donde decrece.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de concavidad y
   e) Puntos de inflexión.

4. * (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor, de grado 3, de la función $f(x) = \arctan x$, alrededor del punto $c = -1$.