

## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

### Evaluación global de Cálculo Diferencial

Nombre \_\_\_\_\_ 15:00-18:00 h 10-12-15

El examen global consta de los ejercicios marcados con puntaje. Si sólo presenta una parte, resuelva todos los ejercicios de la parte correspondiente.  
**TODA RESPUESTA DEBE MOSTRAR EL PROCEDIMIENTO.**

#### PRIMERA PARTE

1. Derive las siguientes funciones:

(a) (5 puntos)  $y = \frac{(t^2-2)^{3/2}}{(t^2+2)^{3/2}}$

(b) (5 puntos)  $h(x) = \tan^3\left(\frac{1}{4+x^2}\right)$

(c)  $f(x) = \sin^2(2x) \sec(3x)$

2. (10 puntos) Obtenga la ecuación de la recta tangente, en el punto  $P(0, 1)$ , a la gráfica de  $x \cos(x^2y) + 3y^2 = 3$ .

3. (10 puntos) Un tanque con agua tiene forma de cilindro circular recto de 20 metros de diámetro y se drena de modo que el nivel del agua disminuye a razón constante de  $\frac{1}{2}$  metro por minuto. Determine cuán rápido decrece el volumen del agua.

#### SEGUNDA PARTE

1. Sabiendo que  $g'(x) = 2\sin(x)(\cos(x) + 1)$  en  $[0, 2\pi]$ , determine para la función  $g$ , en el intervalo dado, lo siguiente:

(a) Puntos críticos.

(b) Intervalos de monotonía.

(c) Puntos (si los hay) donde la función toma sus valores máximo local y mínimo local.

2. (20 puntos) Grafique la función  $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ , determinando:

(a) Dominio y ceros o raíces.

(b) Ecuaciones de asíntotas.

(c) Puntos críticos.

(d) Intervalos de monotonía.

(e) Intervalos de concavidad.

(f) Valores extremos y puntos de inflexión.

3. (15 puntos) De todos los triángulos isósceles que tienen un perímetro de 18 cm, encuentre la longitud de los lados de aquél que tenga área máxima.

### TERCERA PARTE

1. Derive las siguientes funciones:

(a) (5 puntos)  $y = (\arctan(\sqrt{x^2 + 1}))^x$

(b)  $y = \ln \left( \sqrt[3]{(x+3)^{15}(x+4)^{20}} \right) - e^{2-9x^2}$

(c) (5 puntos)  $y = \cos(\ln(x^3 + 1))$

2. (15 puntos) Considere la función  $F$  definida por  $F(x) = -xe^{-\frac{x^2}{2}}$ . Determine, para la función  $F$ , lo siguiente:

(a) Dominio y ceros o raíces.

(b) Ecuaciones de las asíntotas.

(c) Puntos críticos y su clasificación.

3. (10 puntos) Encuentre el polinomio de Taylor de orden 4 para  $f(x) = \cos(x)$ , alrededor de  $a = \frac{\pi}{3}$ . Con el polinomio anterior, aproxime  $\cos(62^\circ)$ .

4. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 + 1}$$

Esta evaluación fue elaborada por los profesores J. V. Becerril E., F. Cruz P. y S. C. Gavito T.