

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Evaluación global de Cálculo Diferencial (19-P)

Nombre _____ ~~16:00-18:00~~ h

Indicaciones generales: El examen global consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *. En caso de presentar sólo una parte, resolver todos los ejercicios de dicha parte. **Toda respuesta debe mostrar el procedimiento.**

PRIMERA PARTE

1. *(15 puntos) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \cos(x) \sqrt[3]{\frac{3x^{-2} - 1}{2 - x}}$

(b) $g(x) = \sin^2(\sqrt{\tan(x^2 + 2)})$

2. *(15 puntos) Determinar la ecuación de la recta tangente en el punto $P(0, 1)$ a la curva definida por la ecuación $\cos(xy) = x^2 + y^2$.

3. *(15 puntos) Una escalera de 13 pies está recargada sobre el muro exterior de una casa cuando su base empieza a deslizarse y alejarse. En el instante en el que la base está a 12 pies de la casa, ésta se mueve a razón de 5 pies/s. En ese instante, ¿a qué razón cambia el ángulo formado por la escalera y el suelo?

SEGUNDA PARTE

1. Encontrar los máximos y mínimos absolutos en el intervalo $[-1, 1]$ de la función $h(x) = 3x^{2/3} - 2x$.

2. De una función f se sabe que su derivada es $f'(x) = 5x^2 - 6x - 2$ y $f(0) = 1$.

- (a) Determinar los puntos críticos e intervalos de monotonía de la función f .
- (b) Determinar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de la gráfica de la función f .
- (d) Con la información proporcionada y lo obtenido en los incisos (a) y (b), dar un bosquejo de la gráfica de f .

3. *(15 puntos) De todos los triángulos isósceles que tienen un perímetro de 18 cm, encontrar la longitud de los lados de aquél que tenga área máxima.

TERCERA PARTE

1. *(10 puntos) Calcular la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \arcsen(e^{-x^2}) + \ln(10^x + 2x)$$

2. Aplicando derivación implícita, calcular la derivada de $e^{\tan(xy)} = \cos(\ln(x^2y))$.
3. *(20 puntos) Considerar la función F definida por $F(x) = e^{-x}(x-1)$.
- (a) Obtener el dominio y los ceros o raíces de F . Además, calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$.
 - (b) Determinar los puntos críticos de F y su clasificación.
 - (c) Determinar los intervalos de monotonía de F .
 - (d) Determinar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de la gráfica de F .
 - (e) Con base en la información anterior, bosquejar la gráfica de F .
 - (f) Determinar un intervalo en el cual la función F tenga inversa.
4. *(10 puntos) Usando un polinomio de Taylor de orden 4, determinar un valor aproximado de $\ln(\sqrt{1.03})$.