

Departamento de Ciencias Básicas

CÁLCULO DIFERENCIAL

Examen global

Trimestre 19-I. Turno Matutino

Universidad
Autónoma
Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco



Nombre: Matrícula:

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con el símbolo (**).
Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

Primera Parte

1. (**10 puntos) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{3x^2-4}{\cos x}}$

b) $f(x) = \left(1 + \tan^3\left(\frac{x}{12}\right)\right)^4$

2. Un objeto se mueve en una trayectoria rectilínea de acuerdo con la función de posición $f(t) = 10 - 6t + 4t^2$. Calcular la razón de cambio de su posición entre los 2 y los 4 segundos (velocidad media) y la velocidad instantánea a los 4 segundos.

3. (**10 puntos) Obtener la ecuación de la recta tangente a la siguiente curva en el punto indicado (utilizar el método de la derivada implícita para obtener el valor de la pendiente de la recta buscada):

$$x + y^3 + 2y \cos(xy) = 3, \quad (0, 1)$$

4. (**10 puntos) Un tanque con agua tiene forma de cilindro circular recto de 4 m de diámetro y se drena de tal forma que el nivel del agua disminuye a razón constante de 0.25 m por minuto. Determinar el ritmo al que decrece el volumen de agua.

Segunda Parte

1. (**20 puntos) Para la siguiente función obtener lo que se pide:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$$

- a) Dominio y puntos críticos.
- b) Intervalos de monotonía.
- c) Máximos y mínimos.
- d) Intervalos de concavidad.
- e) Puntos de inflexión.
- f) Bosquejo gráfico.

2. (**10 puntos) Un alambre de 10 m de largo se va a cortar en dos partes. A una de las piezas se le dará la forma de una circunferencia y a la otra la de un cuadrado. ¿Cómo debe cortarse el alambre para que la suma de las áreas de las figuras formadas sea mínima?

Tercera Parte

1. (**10 puntos) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \arcsen(e^{3x})$

b) $g(x) = 2x^{\sqrt{\ln x}}$

2. Determinar el intervalo donde existe la función inversa de $f(x) = \sqrt{3x^2 - 4}$, indicar el intervalo a utilizar, y dar una expresión de dicha función.

3. (**20 puntos) Para la siguiente función obtener lo que se pide:

$$f(x) = (1+x)e^x$$

a) Dominio y raíces

b) Puntos críticos.

c) Intervalos de monotonía.

d) Máximos y mínimos.

e) Intervalos de concavidad.

f) Puntos de inflexión.

g) Bosquejo gráfico.

4. (**10 puntos) Obtener el polinomio de Taylor de orden 4 para $f(x) = \ln(1+x)$ en $x_0 = 0$ y estimar el valor del $\ln(1.3)$.