

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

*Resuelva los siguientes ejercicios y presente sus soluciones en forma clara y ordenada. Cada uno de los siete ejercicios tiene el mismo puntaje y todas sus respuestas requieren desarrollo o justificación.*

1. Calcule el área de la región comprendida entre  $y = 2x$  y  $y = xe^x$ .

2. Calcule las integrales siguientes:

$$\int \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^7}} dx, \quad \int e^x \ln(e^{2x} - e^x + 1) dx.$$

3. Calcule las siguientes integrales:

$$\int \frac{x+1}{x^3-9} dx, \quad \int \frac{x^2}{(9+4x^2)^{3/2}} dx.$$

4. Evalúe las siguientes integrales:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^6 x \, dx, \quad \int_0^{\infty} e^{-x} \sin x \cos x \, dx.$$

5. Decida si la siguiente integral es convergente

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^{5/4}} dx.$$

6. Una cisterna cilíndrica de 2 m de altura y 1 m de radio yace horizontalmente y está llena de agua. Determine el trabajo realizado para bombear la mitad del agua a 2 m arriba de la parte superior de esa cisterna.
7. Dibuje el sólido que se obtiene al girar alrededor del eje  $y$  la región determinada por  $y = x$  y  $y = x^2 - 2x$  y encuentre su volumen.