UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Examen de Recuperación de Complementos de Matemáticas (22-O) / Vespertino

Nombre y matrícula: ______________________________ –/–/2023

INDICACIONES: La duración de este examen es de tres horas. Todas las respuestas necesitan su desarrollo completo.

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales usando el método de Gauss-Jordan.

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 &= -3 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= -2 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= -3 \end{aligned}$$

2. Usar las siguientes tres matrices para calcular $\frac{3}{5}(AC)$ y $(BC^T - 2A)^T$. Justificar en caso de no ser posible su cálculo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Calcule la matriz X que satisface la ecuación matricial $A + XB = C$.

4. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones utilizando la ecuación matricial $AX = B$, con la matriz inversa A^{-1}.

$$-5x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 15$$

$$x_1 + 7x_2 + 4x_3 = -8$$

$$3x_1 - 2x_2 - x_3 = -2$$

5. Sea la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Encontrar $\det(\mathbf{A})$

6. Sean $\vec{a} = -5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$, $\vec{b} = 4\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$, $\vec{c} = c_1\hat{\imath} + c_2\hat{\jmath}$, $\vec{d} = -4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$
   a) Encuentre las componentes del vector $\vec{c}$ que satisface la ecuación:
   $$\vec{d} = 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$$
   .
   b) Dados los puntos P(2,-1) y Q(5,3) encontrar el vector $\vec{e}$ que va de P a Q.
   c) Encontrar el ángulo que forman el vector $\vec{b}$ con el vector $\vec{c}$.

7. Sean $A(-2, -1, 0)$, $B(5, 0, -1)$ y $C(1, 1, -1)$. Calcular:
   a). El área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B, C
   b). La longitud de la altura del triángulo, tomando como base el segmento BC.

8. Escribir las ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de la recta que pasa por el punto (-3,2,7) y es paralela a la recta:
   $x = 4 - 2t$
   $y = 5t$
   $z = 8$, con t un número real arbitrario.

9. Determinar la ecuación del plano que contiene a la recta $(x, y, z) = r(0, 1, 0)$ y al punto $(1, 8, -2)$, con r un número arbitrario.