UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Examen global de Complementos de Matemáticas (22-P) / Turno Matutino

Nombre y matrícula: ______________________________ –/–/2022

INDICACIONES: El examen global completo consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo • . El tiempo de duración es de tres horas. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

PRIMERA PARTE

1. • Encuentre el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales usando el método de Gauss.

$$\begin{aligned} -2z+4w &= 14\\ -3x-6y+9z-12w &= -30\\ 2x+4y-8z+12w &= 34\\ x+2y-3z+4w &= 10 \end{aligned}$$

2. Encuentre el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales usando el método de Gauss-Jordan.

$$\begin{aligned} x_1+x_2+x_3 &= 8\\ x_1+x_2-4x_3 &= 10\\ x_1-4x_2+x_3 &= -7 \end{aligned}$$

3. • Realice las operaciones indicadas usando las matrices dadas. En caso de que alguna operación no pueda ser llevada a cabo, indíquelo así **dando las razones**.
   (a) $3B-2A$
   (b) $2D^T+AC$
   (c) $4A-2CD$

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0\\ 2 & 4 & 0 & 4\\ -1 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2\\ 0 & -2 & -2 & 1\\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$, C=\begin{bmatrix} 3 & 0\\ 2 & -2\\ -1 & 4\\ 0 & -1 \end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix} -1 & 4 & -3\\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

4. • Dadas las siguientes matrices:

$$A=\begin{bmatrix} -2 & -3\\ 3 & 5 \end{bmatrix}\; B=\begin{bmatrix} 0 & 2\\ -1 & -8 \end{bmatrix}\; C=\begin{bmatrix} 2 & -3\\ 6 & -6 \end{bmatrix}.$$

Encuentre la matriz $X=\begin{bmatrix} a & b\\ c & d \end{bmatrix}$ que satisface la ecuación matricial $2X-AX+C=4AB^T+2X$

SEGUNDA PARTE

• 1. Sean $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 4 & -5 & 2\\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1\\ 3\\ 4 \end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix} x\\ y\\ z \end{pmatrix}$.

Calcular

a) La matriz inversa de A usando la matriz adjunta.

b) La solución de la ecuación $AX=B$.

• 2. Calcular

$$\det\begin{pmatrix} 12 & 15 & 3 & -2\\ 4 & 5 & 5 & 6\\ -10 & 11 & -5 & 7\\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

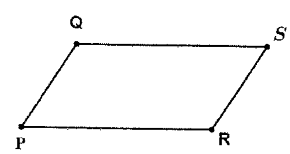
3. Sean $A(3,-1,5)$, $B(2,-1,-3)$ y $C(2,1,0)$.
   a). Calcular los vectores $u=\overrightarrow{AB}$ y $v=\overrightarrow{CB}$.
   b). Calcular el perímetro del triángulo ABC.
   c). Calcular el ángulo interior en el vértice B del triángulo ABC y calcular la altura del triángulo ABC asociada al lado AB.

• 4. Sean los vectores $\vec{u}=(3,2,4)$ y $\vec{v}=(-1,5,3)$.
   a). Calcule el área del paralelogramo de lados $\vec{u}$ y $\vec{v}$, usando el seno del ángulo entre los vectores dados.
   b). Calcule el perímetro del paralelogramo de lados $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

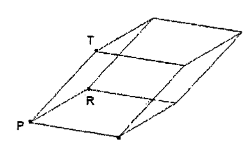
TERCERA PARTE

• 1. Encuentre la ecuación del plano que pasa por los puntos $A(1,-9,-7)$, $B(3,9,-9)$ y $C(8,5,-5)$.

• 2. Considere los puntos de $\mathbb{R}^3$ dados por $P(-3,-2,3)$, $Q(1,3,5)$, $R(5,-2,0)$. Considere el paralelogramo con vértices en los puntos P,Q,R y el punto S como se muestra en la figura. Calcule las coordenadas del punto S.



• 3. Considere los puntos de $\mathbb{R}^3$ dados por $P(-3,-2,3)$, $Q(1,3,5)$, $R(5,-2,0)$, $T(-5,-3,-2)$. Obtenga el volumen del paralelepípedo cuyos lados son los vectores $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PT}$.



4. Considere las rectas con ecuaciones paramétricas:

$$\mathscr{L}_1: \begin{cases} x=5\\ y=2+5t\\ z=6-14t \end{cases} \text{ donde } t\in\mathbb{R}.$$

$$\mathscr{L}_2: \begin{cases} x=6+s\\ y=7\\ z=7+15s \end{cases}, \text{donde } s\in\mathbb{R}.$$

Encuentre el punto de intersección de las rectas $\mathscr{L}_1$, $\mathscr{L}_2$.