UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO.

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS.

Examen global de Complementos de Matemáticas (23-I). Turno Vespertino.

Nombre y Matrícula: ____.

Indicaciones: El examen global completo consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *. El tiempo de duración es de tres horas. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

Primera Parte.

1: Dadas las siguientes formas escalonadas reducidas. i) Deduzca si el sistema lineal original es consistente o inconsistente. ii) En caso de que sea consistente, escriba su conjunto solución:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1\,0\,0 & | & 1 \\ 0\,1\,0 & | & -1 \\ 0\,0\,1 & | & -2 \\ 0\,0\,0 & | & 3 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1\,0\,0 & -1 & | & 1 \\ 0\,1\,0 & 2 & | & -1 \\ 0\,0\,1 & 1 & | & -2 \\ 0\,0\,0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1\,0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0\,1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0\,0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0\,0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

.

***2:** (15 puntos) Encuentre la solución del siguiente sistema lineal:

$$\begin{aligned} x + 2y - z + w &= -3 \\ x + 0y - 2z - w &= -3 \\ 0x + 0y - 2z + 2w &= -8 \\ 0x + y - z + 0w &= -1. \end{aligned}$$

3: Encuentre, si existen, los parámetros k, b tales que el sistema lineal tenga como solución $x = 2$, $y = 1$:

$$\begin{aligned} x - 2y &= k \\ x + by &= 5. \end{aligned}$$

***4:** (15 puntos) Encuentre, si existen, los parámetros k, b tales que el sistema lineal tenga como solución $x = 2$, $y = 3$:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 6 \\ 2x - y &= k \\ -x + 2y &= b. \end{aligned}$$

Segunda Parte.

***1:** (10 puntos) Sean A, B, C, X matrices invertibles de tamaño $n \times n$ con elementos en los reales. Despeje la matriz X de las siguientes ecuaciones:

i) $B(A + X^{-1}) = C$.

ii) $B(A + X)^T = X^T$.

2: Calcule el determinante de la siguiente matriz por el método de los menores o cofactores:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -3 & -5 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

¿Cuál es determinante de

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -3 & -5 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}?$$

***3:** (10 puntos) Calcule la inversa de la siguiente matriz por el método de la adjunta:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Cuál es el determinante de A^{-1} ? ¿Cuál es la solución del sistema $A\mathbf{x} = (2, 3, 1)^T$?.

***4:** (10 puntos) Sean los puntos $A(1, 1, 2), B(2, 1, 2 + \sqrt{3}), C(1, 2, 0)$. Obtenga el coseno del ángulo interno del triángulo ABC en el vértice A ¿Cuál es el área del paralelogramo formado por los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{AC}$? Si $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ y $\mathbf{c}$ son vectores correspondientes a los puntos A, B y C, escriba el resultado de $(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})((\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) \cdot \mathbf{c})$.

Tercera Parte.

1: Calcule el área del triángulo formado por los puntos $A(-2,-3), B(1,-4)$ y $C(-1,-1)$. Calcule el área del paralelogramo formado por los vectores $\vec{DE}$ y $\vec{DF}$ con vértice en D, donde $D(-1,-1), E(2,-2)$ y $F(0,1)$.

***2:** (10 puntos) Obtenga la ecuación cartesiana del plano que pasa por los puntos $A(1,2,2), B(2,1,1)$ y $C(3,1,3)$ y calcule la distancia del punto $P(1,-1,-1)$ al plano.

***3:** (15 puntos) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $P(3,2,-2)$ y es perpendicular al plano $\Pi : 2x - y + 2y = 0$.

***4:** (15 Puntos) Determine la posición relativa (oblicua, perpendicular o paralela) de la recta $\mathcal{L} : x = (-1,-1,-1) + t(4,1,1), t \in \mathbb{R}$ con respecto al plano $\Pi : (\mathbf{x} - (1,-2,-1)) \cdot (-1,2,2) = 0$.