UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO.

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS.

Examen global de Complementos de Matemáticas (23-I). Turno Matutino.

Nombre y Matrícula: ____.

Indicaciones: El examen global completo consta de los ejercicios que se encuentran marcados con el símbolo *****. El tiempo de duración es de tres horas. Todas las respuestas deben tener su desarrollo.

Primera Parte.

1: Halle todas las soluciones del sistema: (Sin usar el método de Cramer ni la Matriz Inversa).

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 13 \\ 6x + 5y - 7z = 28 \\ 9x + 7y - 11z = 41\,. \end{cases}$$

***2:** (15 puntos) Resuelve el siguiente sistema con el método de Gauss-Jordan.

$$\begin{cases} 2y + 3z = 4 \\ 2x - 6y + 7z = 15 \\ x - 2y + 5z = 10\,. \end{cases}$$

3: Determine el tipo de *Solución* del *Sistema* en función del valor de K.

$$\begin{cases} x + 3y + z = 2 \\ x + 2y - 5z = 4 \\ 2x + 5y - K^2 z = K + 4\,. \end{cases}$$

***4:** (15 puntos) Pruebe o refute (con argumentos o contraejemplos) los siguientes enunciados. (Indique en cada caso "Verdadero" o "Falso").

i) Si un sistema lineal es consistente y tiene más ecuaciones que variables, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

ii) Si un sistema lineal tiene solución única, entonces la FER de la matriz de coeficiente de ese sistema es la matriz identidad.

Segunda Parte.

***1:** (10 puntos) Sea $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}$ la matrix definida como
$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Se pide determinar:

(a) $\det(A)$.

(b) $Cof(A)$.

(c) A^{-1}.

(d) Resuelva, usando A^{-1}, el sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2: Supongamos que $\det(A) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$. Se pide calcular:

(a) $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$.

(b) $\begin{vmatrix} a_2 & a_1 & a_3 \\ b_2 & b_1 & b_3 \\ 3c_2 & 3c_1 & 3c_3 \end{vmatrix}$.

(c) $\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & a_3 \\ 3b_1 & 6b_2 & 3b_3 \\ c_1 & 2c_2 & c_3 \end{vmatrix}$.

***3:** (10 puntos) Resuelve el siguiente sistema mediante el método de Cramer.

$$\begin{cases} 2x + 5y - z = -1 \\ 4x + y + 3z = 3 \\ 2x + 3y + 3z = 3\,. \end{cases}$$

***4:** (10 puntos) Consideremos los vectores $\vec{u} := (1, 1, -2)$, $\vec{v} := (3, -3, 2)$ y $\vec{\omega} := (-2, 3, 2)$. Se pide

(a) Calcular $(\vec{u} \cdot \vec{v})(2\vec{\omega} - 3\vec{u})$.

(b) El ángulo entre los vectores $\vec{v}$ y $\vec{\omega}$.

(c) El perímetro del triángulo formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{\omega}$.

Tercera Parte.

1: Consideremos $\overrightarrow{u} = (1, 2, 1)$, $\overrightarrow{v} = (3, 1, 4)$ y $\overrightarrow{\omega} = (4, 2, 2)$. Se pide determinar:

(a) El área de la superficie del paralelogramo formado por los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$.

(b) El volumen del paralelepípedo formado por los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{\omega}$.

(c) La proyección $Proy_{\overrightarrow{u}}\, \overrightarrow{v}$.

***2:** (10 puntos) Consideremos la recta s que pasa por los puntos $(2, 3, 2)$ y $(1, 5, 3)$. Halle las ecuaciones simétrica y paramétrica de la recta que pasa por el punto $P = (3, -2, 4)$ y es paralela a la recta s. Indique también la distancia entre ambas rectas.

***3:** (15 puntos) Encuentre la ecuación normal del plano π que pasa por los puntos $P_1 = (1, 0, 2)$, $P_2 = (0, 3, -2)$ y $P_3 = (-2, 3, 0)$. A continuación, calcule la distancia entre ese plano Π y el punto $Q_1 = (1, 1, 1)$.

***4:** (15 Puntos) Consideremos las rectas

- $r \equiv (x, y, z) = (-2, 3, 6) + \lambda\,(-4, 1, 2)$.
- $s \equiv (x, y, z) = (3, -6, 1) + \lambda\,(4, -4, 1)$.

Se pide encontrar:

(a) Las ecuaciones implícitas de la recta perpendicular común entre r y s.

(b) La distancia existente entre la recta r y s.