

Examen Global de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Trimestre 22P. Matutino.

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con (*). Si presenta sólo una parte debe resolver **TODOS** los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

Nombre: _____

Matrícula: _____

PRIMERA PARTE

1. (* 10 %) Resuelva

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}.$$

2. (* 10 %) Resuelva el problema de valor inicial:

$$(y + 3y^{-1}) dx + 2x dy = 0, \quad y(1) = 1.$$

3. (* 10 %) Resuelva

$$\frac{3}{4}(1 - e^x)y' - e^xy = e^{-2x}y^{1/4}.$$

4. (* 10 %) Un tanque contiene inicialmente 500 galones de agua pura. Comenzando en $t = 0$, una salmuera que contiene 2 lb de sal por galón se bombea al tanque a razón de 5 gal/min. La mezcla se conserva homogénea y sale del tanque con una rapidez de 10 gal/min. Determine el número de lb de sal en el tanque como función del tiempo.

5. Un metal a una temperatura de 150°C se coloca en un medio que se encuentra a 20°C . Después de 10 minutos, el metal tiene una temperatura de 100°C . (a) Determine la temperatura del metal en cualquier instante. (b) Calcule el tiempo para el cual el metal tiene una temperatura de 50°C .

SEGUNDA PARTE

1. (* 10 %) Compruebe que la función $y_1 = x^{-2}$ es una solución de la ecuación diferencial:

$$x^2y'' + xy' - 4y = 0,$$

para $x > 0$. Determine su solución general.

2. (* 15 %) Resuelva la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x} + x.$$

3. (* 15 %) Resuelva la ecuación diferencial:

$$y'' - 2y' + y = x^{-3}e^x.$$

4. Determine una ecuación diferencial tal que $y(x) = c_1 \cos 9x + c_2 \sin 9x + 5x + 1$, sea su solución general, donde c_1 y c_2 son constantes arbitrarias.

TERCERA PARTE

1. (* 20 %) Una masa de 1 kg sujeta al extremo de un resorte lo estira 0.981 m. El cuerpo se suelta desde un punto que está 0.1 m abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 0.8 m/s. (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud, el periodo y el ángulo de fase. (b) Obtenga el instante cuando el cuerpo pasa por primera vez por su posición de equilibrio; así como la velocidad y la aceleración en dicho instante.

2. Una masa de 1 kg se sujeta al extremo de un resorte cuya constante es de 16 N/m. El sistema se sumerge en un líquido que opone una fuerza amortiguadora numéricamente igual a diez veces la velocidad instantánea. Inicialmente el cuerpo está 1 m abajo de la posición de equilibrio y se suelta con una velocidad dirigida hacia arriba de 12 m/s. Determine la ecuación del movimiento y el instante en el cual cruza la posición de equilibrio.