

Examen Global de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Trimestre 22O. Vespertino.

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con (*). Si presenta sólo una parte debe resolver **TODOS** los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

Nombre: _____

Matrícula: _____

PRIMERA PARTE

1. (* 10 %) Resuelva

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + xy^2}{\sqrt{1 - x^2} \arctan y}.$$

2. (* 10 %) Resuelva

$$(3 \sin x - 2y^2)dy + y \cos x dx = 0.$$

3. (* 10 %) Resuelva

$$x \frac{dy}{dx} + 4y = (x^4 \ln x)y^2.$$

4. Resuelva

$$x \frac{dy}{dx} + 3y = xe^{x^2}.$$

5. (* 10 %) Un tanque contiene inicialmente 700 galones de agua pura. Comenzando en $t = 0$, una salmuera que contiene 4 lb de sal por galón se bombea al tanque a razón de 9 gal/min. La mezcla se conserva homogénea y sale del tanque con una rapidez de 8 gal/min. Determine el número de lb de sal en el tanque como función del tiempo.

SEGUNDA PARTE

1. Compruebe que la función $y_1 = x^2$ es una solución en $(0, \infty)$ de la ecuación diferencial:

$$x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0.$$

Determine su solución general para $x > 0$.

2. (* 20 %) Resuelva la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x} + 8x.$$

3. (* 20 %) Resuelva la ecuación diferencial:

$$y'' + 10y' + 25y = e^{-5x} \ln 2x.$$

4. Resuelva el problema de valores iniciales dado.

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 7.$$

TERCERA PARTE

1. (* 20 %) Una fuerza de 9 lb estira un resorte 1/2 ft. Un cuerpo que pesa 16 lb se sujeta al resorte y se suelta desde un punto que está 1 ft abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 3 ft/s. (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud, el periodo y la frecuencia. (b) ¿En qué instantes pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia arriba?

2. Una masa de 1 kg se sujeta a un resorte cuya constante es de 16 N/m y el sistema completo se sumerge en un líquido que comunica una fuerza de amortiguación numéricamente igual a 10 veces la velocidad instantánea. Si el peso se suelta desde un punto que está 1 m sobre la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 12 m/s, determine: (a) la ecuación de movimiento; (b) el instante en que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio, y (c) el instante en el cuál el cuerpo alcanza su desplazamiento extremo desde la posición de equilibrio, así como su posición en dicho instante.