

EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Trimestre 22-O. Turno matutino.

Alumno:

Matrícula:

Todas las respuestas deberán incluir su procedimiento.
No se permite el uso de formularios.

1. (1.25 puntos) Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$(y \sin 2x + xy^2)dx + (y^3 - \sin^2 x)dy = 0, \quad y(0) = 1$$

2. (1.25 puntos) Resolver la ecuación diferencial siguiente:

$$2xy' + y - \frac{2x^2}{y^3} = 0$$

3. (1.0 punto) Un tanque contiene 10 galones de agua salada con 2 lb de sal disuelta. Una solución salina con 1.5 lb de sal por galón entra al tanque a una razón constante de 3 galones/minuto. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y sale del tanque a una razón de 4 galones/minuto.

- a) Plantear el problema correspondiente de valores iniciales.
- b) Determinar la cantidad de sal que hay en el tanque después de 7 minutos.

4. (1.0 punto). Dada la ecuación diferencial siguiente:

$$x^2 y'' + x y' - 4y = 0$$

y una solución $y_1(x) = x^2$, verificar que es solución y encontrar su **solución general**.

5. (1.0 punto). Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$y'' + 6y' + 25y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

6. (1.5 puntos). Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-2x} + e^{3x}$$

7. (1.5 puntos). Resolver la ecuación:

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$$

8. (1.5 puntos). Una fuerza de 36 libras estira un resorte 4 pies. Un cuerpo que pesa 8 libras se sujeta al resorte y se suelta desde un punto que está 4 pies arriba de la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 12 pies/segundo.

- a) Plantear el problema de valores iniciales.
- b) Determinar el desplazamiento del sistema, en función del tiempo.
- c) Obtener la expresión alterna de la solución.
- d) Calcular el período, la amplitud, la frecuencia y el ángulo de fase del movimiento.
- e) Determinar el instante en el que la masa pasa por tercera vez por su posición de equilibrio. Hacia dónde se dirige en ese instante? Justificar la respuesta.