DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

EXAMEN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Trimestre: 22O.-. Fecha: 20-01-23.-. Turno: Matutino.-. Grupo:______

ALUMNO:__________________________________ Matrícula:____________

EL EXAMEN GLOBAL COMPLETO está conformado con los Problemas marcados con un (• $N\%$). Si se presenta una sola parte debe resolver TODOS los problemas de tal parte. TODA SOLUCIÓN DEBE MOSTRAR UN PROCEDIMIENTO DETALLADO Y ORDENADO.

PRIMERA PARTE

I. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales **(20 puntos c/u)**

1) (•10%) $xy' = (1+x)y + xy^2$; con $y(1) = 1$

2) (•10%) $e^y \operatorname{sen} 2x \, dx + (y\cos x - e^{2y}\cos x)\, dy = 0$

3) (•10%) $(3x^2y + y^2)\,dx + (3x^3 + 4xy - 5y^2)\,dy = 0$

4) $\cos^2 x \operatorname{sen} x \, dy = (1 - y\cos^3 x)\,dx$

II. Resolver el siguiente problema.

5. (•10%) Un termómetro se saca de una habitación, en donde la temperatura del aire es de $70°F$, al exterior donde la temperatura es de $10°F$. Después de medio minuto el termómetro marca $50°F$. A partir del PVI que modela el problema, determine la temperatura $T(t)$ que marca el termómetro al cabo del minuto t. ¿Cuánto marca el termómetro al cabo de un minuto? ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura marcada por el termómetro sea de $15°F$?

SEGUNDA PARTE

1. (•15%) Aplicando variación de parámetros, resolver la ecuación diferencial

$$y'' + 4y = \cos^2 2x$$

2. (•15%) Aplicando coeficientes indeterminados, resolver la ecuación diferencial

$$y'' - 5y' + 6y = (2x+1)\,e^{3x}$$

3. (•10%) Obtener la solución general de la ecuación diferencial $x\,y'' - (x+1)\,y' + y = 0$, considerando que $y_1 = e^x$ es una solución de ella.

4. Obtener la solución del problema

$$4y'' - 4y' + y = 53 \operatorname{sen} 2x + 9\cos 2x \quad ; \quad y(0) = 3 \ , \quad y'(0) = -2 \ ,$$

considerando que $y_p(x) = -3 \operatorname{sen} 2x + \cos 2x$ es una solución particular de la **edo** no-homogénea.

TERCERA PARTE

1. (•20%) Un resorte de constante $k = 8$ N/m está conectado en uno de sus extremos a un cuerpo de masa $m = 2$ kg y en el otro a una pared. El sistema masa-resorte descansa sobre una mesa horizontal sin fricción. Considerando la posición inicial $x_0 = 0.4$ m y la velocidad inicial $v_0 = 4$ m/s

   (a) Obtener la posición instantánea $x(t)$ de la masa m en la forma alternativa $x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$ y determinar la amplitud, el ángulo de fase, el periodo y la frecuencia del movimiento resultante.

   (b) ¿En qué instantes pasa m por la posición de equilibrio? ¿Con qué rapidez?

2. Un cuerpo de masa $m = 2$ kg está unido a un resorte de constante $k = 2$ N/m y a un amortiguador de constante $c = 4$ Ns/m Considerando la posición inicial $x_0 = 1$ m y la velocidad inicial $v_0 = -3$ m/s

   (a) Calcular la posición $x(t)$ de la masa m y decir que tipo de movimiento amortiguado resulta.

   (b) ¿En qué instante pasa m por la posición de equilibrio? ¿Con qué velocidad?

Firma:________________