

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con (*). Si presenta sólo una parte debe resolver TODOS los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

PRIMERA PARTE

1. Resolver:

$$\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$$

2. (* 15 %) Resolver:

$$(2y + 3xy^2) dx + (x + 2x^2y) dy = 0$$
$$y(0) = 1$$

3. (* 10 %) Resolver:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \frac{y^3}{x^2}$$

4. (* 15 %) Un tanque está parcialmente lleno con 200 galones de agua en la cual se disuelven 10 lb de sal. Una salmuera que contiene 2 lb de sal por galón se bombea al tanque con una rapidez de 7 galones por minuto. La solución mezclada se bombea hacia afuera del tanque con una rapidez de 3 galones por minuto. (a) Plantear y resolver el problema con valores iniciales. (b) Hallar el número de libras de sal que hay en el tanque después de 45 minutos.

SEGUNDA PARTE

1. Determinar la solución general de la ecuación diferencial:

$$x^2y'' + 2xy' - 6y = 0, \quad x > 0,$$

usando que la función $y_1 = x^2$ es una solución. Justificar su respuesta.

2. (* 20 %) Resolver:

$$y'' - y' - 2y = 6x + 6e^{-x}.$$

NOMBRE: _____

GRUPO: _____

3. (* 20 %) Resolver:

$$y'' - 2y' + y = e^x \arctan x$$

4. Determinar la forma de una solución particular de la ecuación diferencial dada.

a) $y'' + 2y' = x^2 + e^{-2x}$

b) $y'' + 4y = 3 \sin 2x + 2 \cos 2x$

TERCERA PARTE

1. (* 20%) Un cuerpo que pesa 32 lb sujeto al extremo de un resorte lo estira 2 ft. El cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft arriba de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 2 ft/s. (a) Determinar la ecuación del movimiento, la amplitud y el periodo. (b) ¿En qué instante pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia arriba por primera vez?

2. Una pesa de 4 lb, sujeta al extremo de un resorte, lo estira 6 pulgadas. El sistema se coloca en un medio que ofrece una fuerza amortiguadora, cuya magnitud es la misma que la de la velocidad de la pesa. Si la pesa se suelta en reposo, 3 pulgadas abajo de la posición de equilibrio y sobre él actúa una fuerza externa igual a $2 \sin 8t$, determinar su posición en cualquier instante.