

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Evaluación global (trimestre 12-O)

Turno vespertino

Nombre _____

Profesor _____ Grupo _____

La evaluación global consta de los 8 ejercicios con **.
Todas las respuestas necesitan desarrollo o justificación.

Primer parcial

1. [** 15%] Una solución salada entra a un tanque a razón de $8 \ell/\text{min}$. El tanque contiene inicialmente 10ℓ de agua en el cual están disueltos 5 kg de sal. La solución adecuadamente mezclada se escapa del tanque a la misma razón que la de entrada. La concentración con la cual el agua salada entra al tanque es de $0.5 \text{ kg}/\ell$. Determine la cantidad de sal que hay en el tanque después de t minutos. ¿En que momento la concentración de sal en el tanque es de $0.2 \text{ kg}/\ell$?
2. [** 12%] Resolver el siguiente problema de valor inicial (PVI):

$$y' + \frac{1}{x}y - x^2y^2 = 0; \text{ con } y(1) = 1.$$

3. Obtenga la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:
 - a. [** 13%] $(x^2 + y^2)dx + (2xy \ln x)dy = 0$.
 - b. $y^2 \frac{dy}{dx} = (x + xy^3)e^{x^2}$.

Segundo parcial

1. [** 10%] Resuelva la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 2y' + y = \frac{e^{-t}}{1+t^2}.$$

2. [** 20%] Usando el método de coeficientes indeterminados, encuentre la solución general de la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$y'' + 3y' - y = \cos t + te^{2t}.$$

3. Resuelva el siguiente PVI:

$$y'' + 25y = 0; \text{ con } y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

4. [** 20%] La función $y = x^{-2}$ es solución de la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + 6xy' + 6y = 0, x > 0;$$

obtenga la solución general de esta ecuación diferencial.

Tercer parcial

1. [** 15%] Una masa de $\frac{1}{8} \text{ kg}$ se cuelga de un resorte que se encuentra sujeto al techo; la constante de dicho resorte tiene el valor $k = 16 \text{ N/m}$. La masa se desplaza $\frac{1}{2} \text{ m}$ hacia abajo y se suelta con una velocidad de $\sqrt{2} \text{ m/s}$ dirigida hacia abajo.
 - a. Determine la ecuación del movimiento de la masa como una función del tiempo.
 - b. Proporcione el periodo y la frecuencia del movimiento.
 - c. Proporcione el instante en el que la masa pasa por la posición de equilibrio hacia abajo por segunda vez.
2. [** 5%] ¿Para qué valores de k entrará en resonancia el sistema masa-resorte

$$4 \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 15 \sin(\omega t)$$

si la fuerza externa $F_e = 15 \sin(\omega t)$ tiene una frecuencia de 15 Hz ?