

UAM-Azcapotzalco
Departamento de Ciencias Básicas
Examen Global de Ecuaciones Diferenciales.
2012-O Turno Matutino

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con [*]. Si presenta sólo una parte debe resolver TODOS los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar procedimiento.

PRIMERA PARTE

1. [*15%] La *Ley de Newton* para el enfriamiento establece que la rapidez con la que la temperatura de un cuerpo cambia es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura constante del medio que lo rodea. Si un termómetro se saca de una habitación, en donde la temperatura del aire es de $70^{\circ}F$, al exterior, en donde la temperatura es de $10^{\circ}F$. Después de $1/2$ minuto el termómetro marca $50^{\circ}F$. ¿Cuánto tiempo demorará el termómetro en alcanzar los $15^{\circ}F$?
2. [*12%] Resuelva el problema con valor inicial

$$x^2y' + yx - \frac{1}{x}y^3 = 0, \quad y(1) = 1$$

3. Obtenga la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) [*13%] $6xy + (4y + 9x^2)\frac{dy}{dx} = 0,$

b) $x^5y' = 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2,$

SEGUNDA PARTE

1. [*10%] Obtenga la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 4y' + 5y = e^{-2x}\tan(x).$$

2. [*20%] Usando el método de coeficientes indeterminados encuentre la solución general

a

$$y'' + y' - 6y = \operatorname{Sen}(x) + xe^{2x}$$

3. Resuelva el siguiente problema con valores iniciales:

$$y'' - 10y' + 25y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1.$$

4. [*10%] La función $y = e^{-x}$ es solución a la ecuación diferencial

$$xy'' + (x - 1)y' - y = 0; \quad x > 0,$$

obtenga la solución general a la ecuación diferencial dada.

TERCERA PARTE

1. [*15%] Un peso de 32 lb. estira un resorte 3 pulgadas, se quita el peso y se reemplaza por uno de 16 lb. el cual se suelta desde un punto que se encuentra 3 pulg. por debajo de la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 1 pie/seg.

- (a) Determine la ecuación de movimiento del peso como función del tiempo; el periodo y la frecuencia.
- (b) Proporcione el instante en el que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio hacia arriba por segunda vez.

2. [*5%] ¿Para qué valores de m entrará en resonancia el sistema masa-resorte

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 13\cos(\omega t)$$

si la fuerza externa $F_e = 13\cos(\omega t)$ tiene una frecuencia de 20 Hz.?