DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

EVALUACIÓN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Trimestre: 14P.-. Fecha: 14-07-14.-. Horario: 10:00-13:00 hr.-. Grupo:_______

ALUMNO:___________________________________ Matrícula:______________

NOTA: La Evaluación GLOBAL consta de los ejercicios marcados al inicio con un ($\bullet N\%$). Todos las respuestas necesitan desarrollo o justificación.

PRIMERA PARTE

Resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias siguientes:

(1) ($\bullet$10%) $x\dfrac{dy}{dx} + 6y = 3x\,y^{4/3}$

(2) ($\bullet$10%) $(2xy^4e^y + 2xy^3 + y)\,dx + (x^2y^4e^y - x^2y^2 - 3x)\,dy = 0$

(3) ($\bullet$10%) $(xy - 2x + 4y - 8)\,dy = (xy + 3x - y - 3)\,dx$

Resolver los siguientes problemas.

4. ($\bullet$10%) Un tanque de gran capacidad contiene inicialmente 1000 litros de una solución salina que tiene 10 gramos de sal por cada litro. Se bombea agua pura hacia el tanque a razón de 20 litros por minuto y la solución, uniformemente mezclada, sale del tanque a razón de 15 litros por minuto. Obtener la cantidad de sal que hay en el tanque al cabo de una hora.

5. La temperatura del aire en un cuarto es constante e igual a $20°C$. Se coloca dentro del cuarto una barra metálica con temperatura inicial T_0. En 20 minutos su temperatura es de $60°C$ y en una hora es de $30°C$. Calcular la temperatura T_0.

SEGUNDA PARTE

1. ($\bullet$15%) Aplicando variación de parámetros, resolver la ecuación diferencial
$$y'' - 36y = x\,e^{6x}$$

2. ($\bullet$15%) Aplicando coeficientes indeterminados, resolver la ecuación diferencial
$$y'' - 4y' + 4y = (12x - 6)\,e^{2x}$$

3. ($\bullet$10%) Obtener la solución general de la ecuación diferencial $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$, considerando que $y_1 = \dfrac{1}{x}$ es una solución de ella.

4. Obtener la solución del problema

$$y'' + 2y' + 5y = 16xe^{x}\,;\ \text{con}\ y(0) = -1\ \ \&\ \ y'(0) = 3\,,$$

considerando que $y_p(x) = (2x - 1)e^{x}$ es una solución de la lineal no-homogénea.

TERCERA PARTE

1. (•20%) Un sistema masa-resorte está colgando de un techo. La masa del cuerpo es de 10 Kg. y la constante del resorte es $k = 160$ N/m. Al inicio la masa se coloca 40 cm. abajo de la posición de equilibrio, donde se le imprime una velocidad hacia abajo de 2 m/s.

   (a) Determinar la posición $x(t)$ de la masa m en la forma $x(t) = A\,\text{sen}\,(\omega t + \phi)$ y determinar la amplitud, el ángulo de fase, el periodo y la frecuencia del movimiento resultante.

   (b) Determinar el primer instante t en que la masa pasa por la posición de equilibrio en dirección hacia abajo.

2. Un objeto de 8 libras de peso se sujeta al extremo libre de un resorte que está colocado verticalmente y cuya constante es $k = 4$ lb/ft. Al inicio se coloca al objeto a 1 ft arriba de la posición de equilibrio y ahí se le imprime una velocidad dirigida hacia abajo de 8 ft/seg. Considerando que el medio circundante se opone al movimiento del objeto con una fuerza numéricamente igual al doble de la velocidad instantánea:

   (a) Determinar la posición instantánea $x(t)$ del objeto y decir que tipo de movimiento amortiguado resulta.

   (b) ¿Pasa el objeto por la posición de equilibrio? ¿En qué instante? ¿Con qué velocidad?

Firma:________________