

DIVISION DE CBI. DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Examen de Recuperación de Ecuaciones Diferenciales

Trimestre 15-O.Grupo:_____. Turno Vespertino

Nombre: _____ Matrícula: _____

Profesor: _____

NOTA: Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

(30 puntos) **Ejercicio 1.** Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales.

a) $y'e^x - \sec y - x \sec y = 0$

b) $xy' - y = x^2y^2$

c) $(e^{-y} + e^x \sec x)dx + (e^{-y} - 2ye^x)dy = 0$

(10 puntos) **Ejercicio 2.** Un tanque contiene inicialmente 2000 litros de agua, en el cual se han disuelto 100 kg de sal. Comenzando en $t = 0$, se bombea agua pura al tanque a razón de 10 litros/min y la mezcla, que se mantiene homogénea, se extrae con la misma rapidez. Determinar el número de kilogramos de sal en el tanque como función del tiempo. ¿Cuánto tiempo será necesario esperar para que la concentración de sal en el tanque se reduzca a una décima parte de su valor inicial?

(10 puntos) **Ejercicio 3.** Determinar la solución general de la ecuación diferencial:

$$x^2y'' - xy' + y = 0, \quad x > 0,$$

sabiendo que la función $y_1 = x \ln x$ es una solución.

(15 puntos) **Ejercicio 4.** Resolver la ecuación diferencial dada empleando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' + 10y' + 25y = 4e^{-5x} + 25x + 5$$

(15 puntos) **Ejercicio 5.** Resolver la ecuación diferencial dada empleando el método de variación de parámetros.

$$y'' + 4y' + 13y = e^{-2x} \csc 3x$$

(20 puntos) **Ejercicio 6.** Un resorte vertical con constante 16 N/m tiene suspendida una masa de 1 kg. Inicialmente el cuerpo se suelta desde un punto que está 0.5 m arriba de la posición de equilibrio y con una velocidad dirigida hacia abajo de 2 m/s.

a) Determinar la ecuación del movimiento.

b) Escribir la solución en la forma $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$.

c) ¿ En qué instante pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia arriba por tercera vez ?