ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
EXAMEN GLOBAL. TRIMESTRE 15-O
Turno matutino

Nombre:————————————Matrícula:————

Indicación: El examen global comprende los ejercicios marcados con ♣, y entre paréntesis aparece el valor de cada uno de ellos.
Si presentas un parcial, el examen comprende todos los ejercicios de ese parcial.

Primera parte

En los ejercicios 1, 2 y 3 resuelve la ecuación diferencial

1♣**(1.0)**. $(1 + \cos x)y' + e^{-y} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} x = 0$
2♣**(1.0)**. $xdy + ydx = x^2y^2 \ln(x + 1)dx$
3♣**(1.0)**. $(e^y + e^{-x} \operatorname{sen}^2 x)dx + (e^y + 2ye^{-x})dy = 0$

4. Encuentra las trayectorias ortogonales a la familia de curvas

$$y = \ln(\tan x + c_1)$$

5♣**(1.0)**. Un tanque contiene 50 libras de sal disueltas en 200 galones de agua. En el tiempo $t = 0$ entra agua que contiene $\frac{1}{2}$ lb de sal por galón con una rapidez de 4 gal/min y la solución homogeneizada sale del depósito con la misma rapidez. Determina la concentración de sal para todo tiempo t.

Segunda parte

1♣**(1.5)**. Encuentra la solución de la ecuación diferencial

$$x^2(\ln x - 1)y'' - xy' + y = 0$$

sabiendo que $y_1 = x$ es una solución.

2♣**(1.0)**. Resuelve la ecuación diferencial usando el método de los coeficientes indeterminados

$$y'' + 2y' + y = 4e^{-x}$$

3♣(**1.5**). Resuelve la ecuación diferencial

$$y'' - y = \frac{2}{(1-e^{-2x})^{\frac{1}{2}}}$$

4. Resuelve el problema de valor inicial
$y'' + y = \cos 2x$
$y(0) = 0$
$y'(0) = 2$

Tercera parte

1♣(**2.0**). Un cuerpo de masa $\frac{1}{2}$ kg se sujeta a un resorte de constante 8 N/m, se pone en movimiento desde una posición que está 25 cm arriba de la posición de equilibrio y con una velocidad dirigida hacia abajo de 1 m/seg. Encuentra
a) la ecuación de movimiento
b) la ecuación de movimiento en la forma $x(t) = A\,\text{sen}(wt + \phi)$
c) los instantes en que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio
d) el tercer tiempo en que pasa por las posicion de equilibrio en dirección hacia arriba.

2. Una masa de 1 slug, cuando se sujeta a un resorte, causa en éste un alargamiento de 2 pies hasta llegar a su posición de equilibrio. En el instante $t = 0$ se aplica una fuerza externa $F(t) = 8\,\text{sen}\,4t$ *libras* que hace que la masa empiece a oscilar. Encuentra la ecuación de movimiento suponiendo que el medio ofrece una fuerza de amortiguamiento, en libras, numéricamente igual a 8 veces la velocidad instantánea.

3. Una masa que pesa 100 lb, está sujeta al extremo de un resorte, y éste se ha estirado 1 pulgada hasta llegar a su posición de equilibrio. En el instante $t = 0$ se aplica una fuerza externa dada por $F(t) = F_0 \cos wt$. ¿Para que valores de w ocurrirán las oscilaciones de resonancia? Haz caso omiso del amortiguamiento.