

Departamento de Ciencias Básicas

Examen de Recuperación.(Matutino) 21/08/2016 , 10:00-13:00, IO, 101.

ALUMNO \_\_\_\_\_MATRICULA \_\_\_\_\_

Ecuaciones diferenciales ordinarias (TRIMESTRE 16P)

**Nota** Todas las respuestas necesitan desarrollo o justificación.

Resolver la ecuación diferencial ordinaria de primer orden y los problemas de valor inicial (PVI) siguientes

1. (10 %)  $(x^2 + 1) y' + 2xy = x^2 y^{-1}$ .

2. (10 %)  $x^2 \cos y dy = \left( x^2 \operatorname{sen} y + \frac{x \ln x}{\csc y} \right) dx, y(1) = -\frac{\pi}{2}$ .

3. (10 %)  $y' = -\frac{xy^2}{x^2y + \cos y}, y(1) = 0$ .

4.(10 %) Un metal está inicialmente a una temperatura de 250 grados Celsius.

El medio ambiente correspondiente se encuentra a una temperatura de 20 grados Celsius. Si el metal tiene una temperatura de 200 grados Celsius después de 20 minutos a) establecer el PVI y b) calcular la temperatura del metal en cualquier instante.

5. (15 %) Con variación de parámetros, resolver la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con coeficientes constantes  $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$

6. (15 %) Con coeficientes indeterminados, resolver la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con coeficientes constantes  $y'' + y' + y = e^x \cos x$

7.(10 %) Comprobar que  $\tan x$  es solución a la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con coeficientes variables  $y'' - 2y \sec^2 x = 0$  y luego obtener la solución general de la misma.

8. (20%) Un resorte se comprime un cuarto de metro cuando se le aplica una fuerza compresora de 16 newtons. Uno de sus extremos es fijado mientras que el otro se le sujeta una masa de 64 kilos. Posteriormente se estira un cuarto de metro y se suelta sin darle impulso alguno, dejándolo oscilar libremente en un medio sin viscosidad.

- a) Calcular la constante del resorte,
- b) establecer y resolver el PVI para las posiciones del extremo en todo instante,
- c) determinar la amplitud, frecuencia y fase de las oscilaciones ( $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ ).
- d) ¿En qué instantes el extremo libre pasa por la posición de equilibrio y cuáles las velocidades en dichos instantes?

Firma \_\_\_\_\_