

UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Examen Global de Ecuaciones Diferenciales.
Trimestre 17I. Vespertino

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con (*). Si presenta sólo una parte debe resolver TODOS los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

NOMBRE: _____

GRUPO: _____

PRIMERA PARTE

1. Resolver

$$y(\ln x)(\ln y)dx + dy = 0$$

2. (* 15 %) Resolver

$$(y + x \cos x)dx + (x \ln x + xe^y)dy = 0$$

3. (* 10 %) Resolver:

$$2y' - \frac{y}{x} = -\frac{x}{y^2}$$

4. (* 15 %) Un cuerpo cuya temperatura es de 90 °C se coloca en el tiempo $t = 0$ en un medio en el que la temperatura se conserva a 20 °C. Si después de 5 minutos el cuerpo se enfrió a 50 °C, determinar la temperatura del cuerpo como función del tiempo. Suponer que la rapidez con que el cuerpo se enfría es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la del medio que lo rodea.

SEGUNDA PARTE

1. (* 10 %) Comprobar que la función $y_1 = x$ es solución de la ecuación diferencial:

$$(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

Determinar su solución general en el intervalo $(-1, 1)$.

2. (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' + 10y' + 25y = 4e^{-5x} + 50x.$$

3. (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial:

$$y'' - y = \frac{1}{1 + e^x}.$$

4. Resolver el problema de valores iniciales dado.

$$u'' + 4u = 0$$

$$u(0) = 1, \quad u'(0) = -2.$$

TERCERA PARTE

1. (* 20%) Un cuerpo que pesa 12 lb sujeto al extremo de un resorte lo estira 2 ft. El cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 4 ft/s. (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud y el periodo. (b) ¿En qué instantes pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia abajo?

2. Un resorte vertical con constante de 26 lb/pie tiene suspendido un peso de 32 lb. Se aplica una fuerza externa dada por $f(t) = 82 \cos 4t$, $t \geq 0$. Se asume que actúa una fuerza amortiguadora numéricamente igual a 2 veces la velocidad instantánea. Inicialmente el cuerpo está en reposo y 6 ft abajo de la posición de equilibrio. Determinar la posición del peso en cualquier tiempo. ¿Está en resonancia el sistema?