

UAM-A. Departamento de Ciencias Básicas.
Examen Global de Ecuaciones Diferenciales.
Trimestre 17I. Matutino

NOTA: El examen global consta de los ejercicios marcados con (*). Si presenta sólo una parte debe resolver TODOS los ejercicios de tal parte. Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

NOMBRE: _____

GRUPO: _____

PRIMERA PARTE

1. Resolver

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 5x - y - 5}{xy - 3x + 3y - 9}$$

2. (* 15 %) Resolver

$$(x - y + 1)dx - dy = 0$$

3. (* 10 %) Resolver:

$$xy' + y = y^2 \ln x$$

4. (* 15 %) Un tanque contiene inicialmente 300 litros de agua en los que se han disuelto 50 kg de sal. Agua pura entra al tanque a razón de 3 litros por minuto y la solución bien mezclada se bombea hacia afuera del tanque a la misma razón de entrada. Determinar el número de kg de sal en el tanque como función del tiempo.

SEGUNDA PARTE

1. (* 10 %) Comprobar que la función $y_1 = x^{3/2}$ es solución de la ecuación diferencial:

$$4x^2 y'' - 8xy' + 9y = 0.$$

Determinar su solución general para $x > 0$.

2. (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' + 16y = 16 \sin 4x.$$

3. (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$$

4. Resolver el problema de valores iniciales dado.

$$y'' + y' - 12y = 0$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 4.$$

TERCERA PARTE

1. (* 20%) Un cuerpo que pesa 8 lb sujeto al extremo de un resorte lo estira 0.5 ft. El cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 8 ft/s. (a) Determinar la ecuación del movimiento, la amplitud y el periodo. (b) ¿En qué instantes pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia arriba?

2. Una masa de 8 kg está sujeta a un resorte vertical de constante 32 N/m. Se estira 3 cm y estando en reposo se aplica una fuerza externa dada por $f(t) = 16 \sin 4t$, $t \geq 0$. Suponiendo que no hay amortiguamiento, determinar:

(a) La posición del cuerpo al tiempo t .

(b) La solución estacionaria.

(c) Si el sistema está en resonancia.