

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. UAM - Azcapotzalco.
Trimestre Primavera 2023. **Examen de Recuperación.** VESPERTINO.

Nombre: _____ **Matrícula:** _____

- Para recibir puntos, muestre todos sus cálculos y todo su desarrollo.
 - **Deben simplificar** todas las expresiones que encuentren.
-

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales y, en su caso, los problemas de valores iniciales.

a) **(10 puntos)** $\frac{dy}{dx} = xy - x - y + 1.$

b) **(10 puntos)** $ty' + 3y = t^2 \ln(t)y^{2/3}, \quad y(1) = 1.$

c) **(10 puntos)** $(3xy^2 - 4x^2y)\frac{dy}{dx} + 2y^3 - 6xy^2 = 0, \quad y(1) = 1.$

2. **(10 puntos)** Dos conejos (hembra y macho) fueron llevados a una isla desierta en Australia el día 2 de noviembre de 1823. Cien años después, el 2 de noviembre de 1923, se hizo un conteo de la cantidad de conejos y se encontraron $2^{20} = 1,048,576$ conejos en la isla. Suponiendo que la población de conejos crece sin restricciones, *i.e.*, de acuerdo a la ley de Malthus, $\frac{dP}{dt} = rP$, responda lo siguiente.

- a) Calcule la tasa de crecimiento, r .
- b) ¿Cuánto tiempo tarda la población en duplicarse?
- c) ¿Cuál será la población para el 2 de noviembre de 2023?

3. **(15 puntos)** Verifique que la siguiente ecuación tiene como solución $y(x) = x$. Encuentre una segunda solución y verifique que las dos soluciones son linealmente independientes.

$$(x^2 + 1)y'' + xy' - y = 0$$

4. **(10 puntos)** Encuentre la solución particular de la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' - 3y' - 4y = e^{-x}$$

5. **(15 puntos)** Encuentre la solución general de la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' - 2y' + 2y = e^x \sec(x) \tan(x)$$

6. **(20 puntos)** Un sistema masa-resorte está colocado en forma vertical. La masa del cuerpo es de 9 kg y la constante del resorte es 25 N/m. Al inicio la masa se libera desde un punto que está a 4 cm arriba de la posición de equilibrio imprimiéndole una velocidad hacia abajo de 2 m/s.

- a) Formule el problema de valores iniciales.
- b) Determine la posición instantánea, la amplitud, periodo y ángulo de fase utilizando la forma $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$. ¿Cuántos ciclos habrá completado la masa al final de 20 s?
- c) ¿En qué momento el cuerpo pasa por segunda vez por la posición de equilibrio? ¿Cuál es su velocidad en ese momento? El cuerpo, en ese instante, ¿se mueve hacia arriba o hacia abajo?