UEA: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias **UEA:** 1112030-23P
Nombre: **Matrícula:**

Examen Global Matutino

Instrucciones: El examen global consta de los problemas marcados con (∗). Quien presente una de las partes, deberá resolver los problemas correspondientes a esa parte. Los resultados deberán mostrar el procedimiento respectivo.

PRIMERA PARTE

1.) (* 10 %) Resolver la ecuación diferencial

$$y' = \frac{xe^y}{xy - y} + \frac{e^y}{xy - y}.$$

2.) (* 10 %) Resolver la ecuación diferencial

$$\left(x^2y^4e^y - x^2y^2 - 3x\right)dy \quad + \left(2xy^4e^y + 2xy^3 + y\right)dx = 0.$$

3.) (* 10 %) Resolver el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}y - 2\sqrt{y}e^x = 0; \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

4.) (* 10 %) En un laboratorio se mantuvo almacenado durante 15 años un material radioactivo y se observa que contiene sólo el 75 % de la cantidad inicial x_0. (a) Determine la cantidad de material radioactivo en función del tiempo t. (b) ¿En cuántos años quedará la mitad la cantidad inicial?

SEGUNDA PARTE

1.) (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial utilizando el método de coeficientes indeterminados

$$5y' + y'' = (1 - x) + 2e^{-5x}.$$

2.) (* 15 %) Resolver la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9\,y = \frac{e^{3x}}{x^2}.$$

3.) (* 10 %) Considere la ecuación diferencial:

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + 6y = 0.$$

Comprobar que la función $y_1 = x^2$ es solución y determinar su solución general.

4.) Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 5\,y = 0, \\ y(0) = -1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

TERCERA PARTE

1.) (* 10 %) Una masa de 2.0 kg sujeta al extremo de un resorte lo estira 2.4525 m. El cuerpo se suelta desde un punto que está 0.3 m abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 0.8 $\mathrm{m\,s^{-1}}$. (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud, el periodo y el ángulo de fase. (b) Obtenga el instante cuando el cuerpo pasa por primera vez por su posición de equilibrio; así como la velocidad y la aceleración en dicho instante.

2.) (* 10 %) Una masa de 20 g hace que se estire un resorte una distancia de 5 cm. El resorte está conectado a un amortiguador de aceite cuya constante de amortiguamiento es de 400 dina s/cm. Se tira de la masa hacia abajo una distancia de 2 cm y se suelta. Considere que la constante de la gravedad $g = 1000\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$. (a) Plantear el problema de valores iniciales y determinar el desplazamiento de la masa en función del tiempo. (b) Expresar la solución en su forma alterna $R\cos(\omega t \pm \delta)$ o $R\,\mathrm{sen}(\omega t \pm \delta)$, y calcular la posición de la masa a los 30 s de iniciado el movimiento.