

---

## Examen Global Vespertino

---

**Instrucciones:** El examen global consta de los problemas marcados con (\*). Quien presente una de las partes, deberá resolver los problemas correspondientes a esa parte. Los resultados deberán mostrar el procedimiento respectivo.

### PRIMERA PARTE

- 1.) (\* 10 %) Resolver la ecuación diferencial

$$(x + 2y) dy + (3x^2 + y) dx = 0.$$

- 2.) (\* 10 %) Resolver el problema de valor inicial

$$\begin{cases} 2ydx - (x^3 \sin(2y) + x) dy = 0; \\ y(1) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

- 3.) (\* 10 %) Resolver la ecuación diferencial

$$xdy - (y + xy^3(\ln(x) + 1)) dx = 0.$$

- 4.) (\* 10 %) Un vaso de agua, a una temperatura de  $100^\circ\text{C}$ , se enfría en 10 min hasta alcanzar una temperatura de  $80^\circ\text{C}$ , en un cuarto cuya temperatura es de  $25^\circ\text{C}$ . ¿A qué temperatura estará el agua después de 20 min?

### SEGUNDA PARTE

- 1.) (\* 15 %) Resolver la ecuación diferencial

$$4y - 4\frac{dy}{dx} + \frac{d^2y}{dx^2} = (x + 1) + 2e^{2x}.$$

- 2.) (\* 15 %) Resolver la ecuación diferencial

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x \ln(x)}{x^2}.$$

- 3.) (\* 10 %) Considere la ecuación diferencial

$$x^2y'' - 4xy' + (x^2 + 6)y = 0.$$

Comprobar que la función  $y_1 = x^2 \cos(x)$  es solución de la ecuación diferencial y determinar su solución general.

- 4.) Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} 4\frac{d^2y}{dx^2} + 12\frac{dy}{dx} + 25y = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

### TERCERA PARTE

- 1.) (\* 10 %) Un cuerpo que pesa 8 lb alarga 8 ft un resorte, el cual está suspendido del techo. Al inicio el cuerpo se suelta desde un punto que está  $\frac{1}{2}$  ft abajo de su posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia abajo de  $\frac{3}{2}$  ft/s. (a) Plantear el problema de valores iniciales y determinar el desplazamiento del cuerpo en función del tiempo. (b) Expresar la solución en su forma alterna,  $R \cos(\omega_0 t \pm \delta)$  o  $R \sin(\omega_0 t \pm \delta)$ . (c) Obtener el instante en el que el cuerpo pasa por segunda vez por su posición de equilibrio y determinar la dirección que se dirige en ese instante.

- 2.) (\* 10 %) Al colgar una masa de 4 slug en un resorte sumergido en un fluido, que ofrece una resistencia de  $\beta = 8 \text{ slug s}^{-1}$ , se estira 6.4 ft hasta su posición de equilibrio. A continuación, se desplaza la masa 5 ft por debajo de su posición de equilibrio y se suelta imprimiéndole una velocidad de 3 ft/s hacia abajo. (a) Determine la ecuación que describe el movimiento de la masa. (b) Determine la ecuación que describe la velocidad de la masa.