

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. UAM - Azcapotzalco.
Trimestre Primavera 2023. **Examen de Recuperación.** MATUTINO.

Nombre: _____ **Matrícula:** _____

- Para recibir puntos, muestren todos sus cálculos y todo su desarrollo.
 - **Deben simplificar** todas las expresiones que encuentren.
-

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales y, en su caso, los problemas de valores iniciales.

a) **(10 puntos)** $(e^{2x} + e^{-2x}) \frac{dy}{dx} = (ye^{2x} + 3e^{-2x} - ye^{-2x} - 3e^{2x}).$

b) **(10 puntos)** $3y' + \frac{2}{x}y = 2\frac{e^{-x^2}}{x}y^{-2}, \quad y(1) = 1.$

c) **(10 puntos)** $(2x + \tan(y)) dx + (x - x^2 \tan(y) + \cos(y)) dy = 0, \quad y(0) = 0.$

2. **(10 puntos)** Un tanque de 500 galones de capacidad, inicialmente contiene 100 galones de agua pura. Entra agua a razón de 2 gal/min con una concentración de contaminantes del 50 %, se mezcla uniformemente y sale a razón de 1 gal/min.

- a) Determinar la cantidad de contaminantes en cualquier instante t
- b) Determinar la concentración de contaminantes cuando el tanque se llena.

3. **(15 puntos)** Verifique que la siguiente ecuación tiene como solución $y(x) = x^{1/2}$. Encuentre una segunda solución y verifique que las dos soluciones son linealmente independientes.

$$x^2 y'' + \frac{3x}{2} y' - \frac{1}{2} y = 0. \quad (x > 0)$$

4. **(10 puntos)** Encuentre la solución particular de la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + 2y' + y = (3 - 12x) e^{-x}$$

5. **(15 puntos)** Encuentre la solución general de la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1 + x^2}$$

6. **(20 puntos)** Un cuerpo que pesa 8 lb, estira un resorte 2 ft hasta llegar a su posición de equilibrio. De esta posición se desplaza 1 ft hacia abajo con una velocidad dirigida hacia arriba de 8 ft/s. Haga lo siguiente:

- a) Escriba la ecuación de movimiento y determine las condiciones iniciales.
- b) Resuelva el problema de valores iniciales y encuentre la amplitud, el periodo y la frecuencia del movimiento.
- c) El instante en que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio dirigiéndose hacia abajo por segunda vez.