

Los problemas del examen global están marcados con ► y tienen su valor indicado.  
Todas las soluciones deben mostrar su desarrollo.

**1ª. Parte**

1. ► (15 puntos) Resolver: a)  $\frac{4x-2}{5-3x} \geq 0$  y b)  $|5-2x| < 5$ .

2. Si  $f(x) = \begin{cases} 8-2x^2 & \text{Si } -3 \leq x < -1 \\ \sqrt{9-x^2} & \text{Si } -1 \leq x \leq 1 \\ 8-2x^2 & \text{Si } 1 < x \leq 3 \end{cases}$

Obtener:

- Un esbozo gráfico de la función, su dominio y rango.
- Los ceros o raíces, la paridad, los intervalos de monotonía y donde  $y = f(x) > 0$ .
- Un esbozo gráfico de  $g(x) = -\frac{1}{2}f(x+1)-2$ .

3. ► (15 puntos) Si  $f(x) = \sqrt{3x^2+x-2}$  y  $g(x) = \frac{x^2-4}{x^2+2}$ .

Obtener:

- El dominio de  $f(x)$  y de  $g(x)$ .
- $(g \circ f)(x)$  y su dominio.

4. Un rectángulo de largo  $x$  y de ancho  $y$  está inscrito en un círculo con radio igual a  $2 \text{ cm}$ . Expresar el área del rectángulo como función de  $x$ .

**2ª. Parte**

1. ► (15 puntos) Calcular: a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5-\sqrt{7x^2-3}}{2x^2-3x-2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sen(3x)-4x}{2x}$  y c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+\sqrt{4x^2-3x}}{2-3x}$ .

2. Si  $f(x) = \frac{2x^2-5x+3}{x^2+x-2}$  obtener:

- Dominio, ceros o raíces, paridad y punto de corte al eje  $y$ .
- Ecuaciones de las asíntotas verticales.
- Ecuaciones de las asíntotas horizontales.
- Esbozo gráfico.
- Rango, intervalos de monotonía y donde  $y = f(x) \leq 0$ .

3. ► (15 puntos) Partiendo de la gráfica de  $f(x) = \cos x$  para  $-\pi < x \leq 2\pi$ , obtener la gráfica de  $g(x) = -2 f(x + \frac{\pi}{4}) + 1$ . Para  $g(x)$ , especificar dominio, rango, amplitud y cuál sería su periodo en caso de estar definida en todos los reales.

4. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & \text{Si } -3 \leq x < -1 \\ \frac{3}{x} & \text{Si } |x| < 1 \\ 8 - bx & \text{Si } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

Determinar los valores de  $a$  y de  $b$  para que existan los límites en  $-1$  y en  $1$ .

### 3ª. Parte

1. ► (15 puntos) Si  $f(x) = \frac{2x^2 - 11x + 9}{x^2 - 4x + 3}$  obtener:

- Dominio, ceros o raíces, paridad y punto de corte al eje  $y$ .
- Intervalos de continuidad clasificando las discontinuidades.
- Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- Esbozo gráfico.
- Rango, intervalos de monotonía y donde  $y = f(x) \leq 0$ .

2. ► (15 puntos) Determinar el dominio y los valores de las constantes  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{2x} & \text{Si } x < 0 \\ ax + b & \text{Si } 0 \leq x \leq 3 \\ |x - 5| + 2a & \text{Si } x > 3 \end{cases}$$

Comprobar la condición de continuidad en los puntos considerados.

3. ► (10 puntos) Sea la función  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ .

- Usando la definición de derivada mediante límites, calcular  $f'(4)$ .
- Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto cuya abscisa es  $4$ .

4. Encontrar un intervalo de longitud menor o igual a  $\frac{\pi}{4}$  que contenga una solución de la ecuación  $2x - 4 - \cos x = 0$ . Justifique su respuesta.