

Introducción al Cálculo

Evaluación de recuperación. (Trimestre 16P). Matutino.

Nombre: _____ Matrícula: _____

Todas las respuestas deben mostrar desarrollo o justificación.

1. (10 puntos) Resolver: a. $\frac{x+3}{2x-1} \leq 1$. b. $|3x-4| > 2$.
2. (15 puntos) Sean funciones $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 1}$ y $g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$. Calcular:

- a. El dominio y las raíces de $f(x)$ y $g(x)$.
b. $(g \circ f)(x)$ y su dominio correspondiente.

3. (15 puntos) Calcular los límites:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-x^2 + 3x + 1} - 1}{2x^2 - 5x - 3}$. b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2(3x)}$. c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-7 + 3x}{x - \sqrt{9x^2 + 5}} \right)$.

4. (10 puntos) Obtener la gráfica de la función $g(x) = -2 \sin(x + \pi/4)$ para $x \in [-\pi, \pi]$.

Determinar los ceros, intervalos de monotonía y rango (o imagen) de la función g en dicho intervalo.

5. (10 puntos) Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{2x}, & \text{si } x < 0; \\ ax + b, & \text{si } x \in [0, 5); \\ \sqrt{2x - 9} - a, & \text{si } x \geq 5. \end{cases}$$

- a. Proporcionar el dominio de la función.
b. Determinar los valores de a, b para que la función f de continua en su dominio.

6. (15 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{2x^2 - 9x + 4}$.

Proporcione:

- a. Dominio y raíces de f .
b. Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
c. Clasificar las discontinuidades.
d. Un bosquejo de la gráfica de f .
e. Proporcione los intervalos donde $f(x) > 0$ y los intervalos donde $f(x) < 0$.
7. (15 puntos) Sea la función $h(x) = \sqrt{2 - 5x}$. Calcular $h'(a)$ usando la definición de la derivada. Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de h en el punto $[-1, h(-1)]$.
8. (10 puntos) Proporcionar un intervalo de longitud menor o igual a $\pi/2$ que contenga un cero o raíz de la función $f(x) = 2 - x^2 + 3 \sin x$.