

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Evaluación global de Introducción al Cálculo (16-O)

Nombre _____ 15:00-18:00 h 13-12-16

Indicaciones generales: El examen global consta de los ejercicios indicados con asterisco. En caso de presentar sólo una parte, resuelva todos los ejercicios de dicha parte. **Toda respuesta debe mostrar el procedimiento.**

PRIMERA PARTE

1. Resuelva las siguientes desigualdades. Exprese las soluciones usando notación de intervalos.

(a) $x^2 + 3x - 5 \geq 2x^2 - 3$

(b) $\frac{3+x}{5-2x} \leq 3$

2.* (15 p.) Considere la función f definida como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2}, & \text{si } 2 \leq x \leq 6 \\ -x, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt{-x-2}, & \text{si } -6 \leq x \leq -2 \end{cases}$$

(a) Bosqueje la gráfica de f .

(b) Determine el dominio, el rango o imagen, las raíces o ceros y la paridad de f .

(c) Obtenga la gráfica de $h(x) = 2 - f(x)$.

3.* (15 p.) Sean f , g y h funciones tales que $f(x) = \frac{x-5}{x}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$ y $h(x) = \sqrt{5 - |x|}$.

(a) Obtenga los dominios de f , g y h .

(b) Defina las funciones $\frac{g}{h}$ y $f \circ g$, y determine sus correspondientes dominios.

4.* (10 p.) Una empresa desea construir una caja sin tapa y de base cuadrada, de 450 cm^3 de volumen. Exprese la superficie de la caja en función de la longitud del lado de su base.

SEGUNDA PARTE

1.* (10 p.) Bosqueje la gráfica de la función g dada por $g(x) = 2 \cos(x - \frac{\pi}{6})$ en el intervalo $[0, 2\pi]$, indicando su periodo, amplitud y rango o imagen.

2.* Calcule los siguientes límites:

(a) (6 p.) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2 - \sqrt{x^2 - 5}}{x + 3}$ (b) (7 p.) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - 5}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (c) (7 p.) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3(x)}{\sin^2(x)}$

3. Considere la función h , definida por $h(x) = \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x - 3}$. Bosqueje la gráfica de h , determinando su dominio, sus ceros o raíces, las ecuaciones de sus asíntotas, los intervalos donde la función h es creciente/decreciente y su rango o imagen.

4. Sea F la función definida como:

$$F(x) = \begin{cases} \cos(2x), & \text{si } x < -2\pi \\ ax + b, & \text{si } -2\pi \leq x \leq \pi \\ \frac{1}{2}\sin(x), & \text{si } x > \pi \end{cases}$$

Determine los valores de las constantes a y b para que existan $\lim_{x \rightarrow -2\pi} F(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \pi} F(x)$.

TERCERA PARTE

1. Sea h la función definida como sigue:

$$h(x) = \begin{cases} -x + 2, & \text{si } x \leq -1 \\ ax^2 + bx + 1, & \text{si } -1 < x < 1 \\ x, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Encuentre el valor de las constantes adecuadas a y b , de modo que h sea continua en su dominio.

2.* (15 p.) Sea g la función tal que $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x - 4}$.

- (a) Determine los puntos de discontinuidad de g y su clasificación.
- (b) Obtenga los intervalos de continuidad de la función g .
- (c) Diga cómo redefiniría a la función g en las discontinuidades removibles, en caso de haberlas, a fin de que sea continua en tales puntos.

3.* (15 p.) Sea f la función definida como $f(x) = \sqrt{2x + 3}$.

- (a) Calcule $f'(3)$ usando la definición.
- (b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(3, f(3))$.

4. Sea G la función tal que $G(x) = 10x - 5 + \cos(x)$. Pruebe que G tiene al menos un cero o raíz en el intervalo $[0, \pi]$.

Las evaluaciones globales de Introducción al Cálculo (16-O) fueron elaboradas por los profesores:

- Irene L. Rivera V.
- Inti Pineda C.
- Silvia C. Gavito T.