

Introducción al Cálculo

Evaluación de recuperación. (Trimestre 16P). Vespertino.

Nombre: _____ Matrícula: _____

Todas las respuestas deben mostrar desarrollo o justificación.

1. (10 puntos) Resolver:
a. $\frac{5x+3}{7-2x} \leq -1$. b. $|5+2x| > 1$.
2. (15 puntos) Sean funciones $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 3}$ y $g(x) = \frac{x^2 + 1}{5x^2 - 1.25}$. Calcular:
a. El dominio y las raíces de $f(x)$ y $g(x)$.
b. $(g \circ f)(x)$ y su dominio correspondiente.
3. (15 puntos) Calcular los límites:
a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x \cot x}$. b. $\lim_{h \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{h^2 + 2h - 2}}{h^2 + h - 2}$. c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 5x}}{1 - 5x}$.
4. (10 puntos) Obtener la gráfica de la función $g(x) = -2\cos(x + \pi/4)$ para $x \in [-\pi, \pi]$.
Determinar los ceros, intervalos de monotonía y rango (o imagen) de la función g en dicho intervalo.
5. (10 puntos) Sea la función:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\sin 5x}, & \text{si } x < 0; \\ ax - b, & \text{si } x \in [0, 2); \\ \sqrt{4x - 7} + a, & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

a. Proporcionar el dominio de la función.
b. Determinar los valores de a, b para que la función f de continua en su dominio.
6. (15 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{-4 + 5x - x^2}{-x^2 + 7x - 12}$.
Proporcione:
a. Dominio y raíces de f .
b. Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
c. Clasificar las discontinuidades.
d. Un bosquejo de la gráfica de f .
e. Proporcione los intervalos donde $f(x) > 0$ y los intervalos donde $f(x) < 0$.
7. (15 puntos) Sea la función $h(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$. Calcular $h'(a)$ usando la definición de la derivada. Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de h en el punto $[2, h(2)]$.
8. (10 puntos) Proporcionar un intervalo de longitud menor o igual a $\pi/3$ que contenga un cero o raíz de la función $f(x) = -3 + x^2 + 5 \cos x$.