

UAM-A. DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO

Trimestre 18I. Vespertino

Nombre: _____ Matrícula: _____

NOTA: Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

1. Sea f la función definida por: (15 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2 - |x + 3|, & \text{si } -5 < x < -1 \\ (x - 2)^2 - 1, & \text{si } -1 \leq x < 3 \\ \sqrt{x - 3} - 5, & \text{si } 3 \leq x < 7 \end{cases}$$

Determinar para la función f : (a) Dominio y sus ceros o raíces. (b) Bosquejo gráfico. (c) Rango, paridad e intervalos de monotonía. (d) Los intervalos donde $f(x) < 0$ y donde $f(x) \geq 0$.

2. Sean $f(x) = \sqrt{2x^2 + 7x + 3}$ y $g(x) = \frac{6}{x^2 - 3}$. (a) Determinar el dominio y ceros de cada función.

(b) Determinar la fórmula y el dominio de las funciones $\frac{g}{f}$ y $g \circ f$. (10 puntos)

3. Un alambre de 5 metros de largo se corta en dos partes. Una de ellas se dobla para formar un cuadrado cuya longitud de cada uno de sus lados es x y con la otra se forma una circunferencia de radio r . Expresar la suma de las áreas de ambas figuras como función de x . (10 puntos)

4. Trazar la gráfica de la función $f(x) = 3 \sin(x + \pi) + 3$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$. Determinar sus raíces o ceros y su rango en dicho intervalo. (10 puntos)

5. Calcular los siguientes límites: (15 puntos)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - \sqrt{15x + 6}}{x^2 - 4} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 7x}{9x + \sin 2x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 5} + 4x}{8x - 1}$$

6. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$, determinar:

(a) Dominio y ceros. (b) Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.

(c) Puntos de discontinuidad y su clasificación. (d) Bosquejo gráfico. (e) Rango e intervalos de monotonía. (20 puntos)

7. Determinar los valores de las constantes a y b para que la siguiente función sea continua en todo su dominio. (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} a + b \tan x, & \text{si } x \leq -\frac{\pi}{4} \\ -6b \sin^2 x - 2, & \text{si } -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \\ a + b \cos x - 4, & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

8. Sea $f(x) = x - \frac{2}{x}$. Calcular $f'(1)$ usando la definición de derivada. Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(1, f(1))$. (10 puntos)