

UAM-A. DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO

Trimestre 18I. Matutino

Nombre: _____ Matrícula: _____

NOTA: Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

1. Sea f la función definida por: (15 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 3 + (x+4)^2, & \text{si } -x < -3 \\ 1 - |x|, & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ 3 + (x-4)^2, & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Determinar para la función f : (a) Dominio y sus ceros o raíces. (b) Bosquejo gráfico. (c) Rango, paridad e intervalos de monotonía. (d) Los intervalos donde $f(x) < 0$ y donde $f(x) \geq 0$.

2. Sean $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ y $g(x) = \frac{4 + x^2}{x^2 - 4}$. (a) Determinar el dominio y ceros de cada función.

(b) Determinar la fórmula y el dominio de las funciones $\frac{f}{g}$ y $g \circ f$. (10 puntos)

3. Un triángulo rectángulo está inscrito en una circunferencia de radio 4. Expresar el área del triángulo en función de su base. (10 puntos)

4. Trazar la gráfica de la función $f(x) = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 2$ en el intervalo $[\pi, 2\pi]$. Determinar sus raíces o ceros y su rango en dicho intervalo. (10 puntos)

5. Calcular los siguientes límites: (15 puntos)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cot^2(3x)}{\cos(4x)} \quad (a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{3 - \sqrt{x^2 + 3x - 1}} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 5x + 1}}{2x - 1}$$

6. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{2x^2 - 3x - 56}$, determinar:

(a) Dominio y ceros. (b) Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.

(c) Puntos de discontinuidad y su clasificación. (d) Bosquejo gráfico y rango. (20 puntos)

7. Determinar los valores de las constantes a y b para que la siguiente función sea continua en todo su dominio. (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x + b, & \text{si } x < -\pi \\ 2 - \sin x, & \text{si } -\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi \\ b \cos x + 2a, & \text{si } x > \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

8. Sea $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$. Calcular $f'(0)$ usando la definición de derivada. Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(0, f(0))$. (10 puntos)