

Evaluación Global. Introducción al Cálculo.
19-P. Matutino.

Nombre: _____ Matrícula: _____

Los ejercicios de la evaluación global están marcados con el símbolo asterisco (*). Si se presenta sólo una parte, se deberán resolver todos los ejercicios correspondientes a dicha parte.

Todos los ejercicios deben mostrar el procedimiento.

Parte I

1. * 10% Resolver las siguientes desigualdades:

$$a) \quad 10x^2 + x - 3 \geq 0 \qquad b) \quad \frac{2x+1}{2x-1} < 2$$

2. Sea la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -|x+6| + 1 & \text{si } -10 < x < -3 \\ -2x + 3 & \text{si } |x| \leq 3 \\ (x-7)^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a) Elaborar el bosquejo de la gráfica de $f(x)$.
b) Determinar el dominio y las raíces (ceros).
c) Determinar la paridad, la monotonía y el rango.
d) Encontrar los intervalos donde $f(x) > 0$ y donde $f(x) \leq 0$.
3. *15% Considerar las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{-x-2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{x^2-2}{x^2-1}$$

- a) Determinar el dominio y las raíces (ceros) de cada función.
b) Obtener la expresión para las funciones $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$, $(g \circ f)(x)$ y sus respectivos dominios.
4. * 10% Considerar una caja con base rectangular y sin tapa. El largo de la base es el triple del ancho y, a su vez, es el doble de la altura de la caja. Determinar la superficie de la caja en función del ancho de la base.

Parte II

1. *15% Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen}(x)}{\tan^2(x)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 12} - 4}{x^2 - 2x}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 2x}}{x}$

2. *10% En el intervalo $[0, 2\pi]$, realizar el bosquejo de la gráfica de

$$w(x) = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

3. Sea la función

$$g(x) = \frac{x - 5}{6x^2 - 9x}$$

- a) Determinar el dominio, las raíces (ceros) y la paridad de la función.
- b) Obtener las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- c) Elaborar un bosquejo de su gráfica.

Parte III

1. *15% Sea la función

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x + 6}$$

Obtener:

- a) Dominio, raíces (ceros) y paridad
 - b) Intervalos de continuidad.
 - c) Discontinuidades y su clasificación.
 - d) Ecuaciones de asíntotas horizontales y verticales.
 - e) Un bosquejo de la gráfica de la función.
2. *15% Obtener los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{si } x < -2 \\ ax + 3 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ x^2 - b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

3. Encontrar un intervalo de longitud $\frac{\pi}{4}$ o menor, que contenga una solución de la ecuación $\operatorname{sen} x - x + 2 = 0$. Justificar la respuesta.
4. *10% Usando la definición de derivada, hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x-1}$ en el punto (2, 1).