

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

El examen global consta de los problemas marcados con el símbolo ★, en los cuales se indica su porcentaje respectivo. Si se presenta sólo una parte, se deberán resolver todos los ejercicios correspondientes a dicha parte.

Todas las respuestas de los problemas deben mostrar el procedimiento de justificación y los pasos de las operaciones. Las respuestas sin justificación no cuentan.

## Primera parte

1. ★(10%) Determinar el intervalo donde se cumplen cada una de las desigualdades:

$$a) \frac{-5x-3}{3x-2} \leq \frac{3}{4} \qquad b) \left| 7x - \frac{5}{3} \right| \geq \frac{9}{8}$$

2. Determinar el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{|3x+2| + \sqrt{x^2-4}}{5x^2-21x-20}$$

3. Dadas las funciones

$$f(x) = \sqrt{x^2-7x+12} \qquad y \qquad g(x) = \frac{2x}{x-3}$$

- a) ★(10%) Determinar las fórmulas de  $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ ,  $(f \cdot g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$ .

- b) ★(10%) Determinar el dominio de las funciones  $f$ ,  $g$ ,  $\frac{g}{f}$  y de  $g \circ f$ .

- c) Determinar el valor de  $(g \circ f)(\sqrt{5})$ .

## Segunda parte.

1. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2+1 & \text{si } x < -2 \\ |x+1|-1 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -\sqrt{x-2}+1 & \text{si } 2 \leq x. \end{cases}$$

- a) Determinar dominio y ceros de la función  $f$ .

- b) Realizar un bosquejo gráfico de la función  $f$  y determinar su rango o imagen.

- c) A partir del bosquejo gráfico de la función  $f$  determinar la paridad e intervalos de monotonía de la función  $f$ .

- d) A partir del bosquejo gráfico de la función  $f$  determinar los intervalos donde  $f(x) \geq 0$  y  $f(x) < 0$ .

2. ★(15%) Determinar periodo, amplitud y rango y realizar un bosquejo de la función en el intervalo  $[0, 2\pi]$ :

$$g(x) = -2 + \frac{5}{2} \sin(3x + \pi).$$

3. ★(15%) Calcular los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2x+1}}{x^2 + 5x - 14} \qquad b) \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3x^2 + 13x - 10}{\sin(x+5)} \right) \qquad c) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 \sec(\theta) - 2}{\theta^2 \sec(\theta)}$$

4. Un terreno rectangular tiene una diagonal de 25 m. Expresar su perímetro en función solamente de su ancho.

## Tercera Parte

1. Dadas las funciones

$$f(x) = \cos(\pi x) - \frac{2}{3} \qquad g(x) = \frac{2}{x-3}$$

Determinar los límites

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{g}{f} \right) (x) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 3} (f \cdot g) (x) \qquad c) \lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g).$$

2. ★(15%) Sea la función definida por intervalos

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{7x^2-8x+1} & \text{si } x < 1 \\ C+2 & \text{si } x = 1 \\ ax+2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ -D+1 & \text{si } x = 2 \\ bx^2-8 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

a) Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

b) Determinar los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $C$  y  $D$  para que  $f$  sea continua en  $x = 1$  y  $x = 2$ .

3. ★(15%) A partir de la función

$$h(x) = \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 2x - 3}$$

- Determinar su dominio, sus raíces e intervalos de continuidad.
- Determinar las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Identificar los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Realizar un bosquejo de la gráfica la función  $h$ .

4. ★(10%) Encontrar un intervalo de longitud menor o igual a  $\frac{1}{10}$  donde exista al menos una solución de la ecuación

$$\frac{1}{3} + x^3 - 8 \sin(x) = 0.$$