

Nombre: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

El examen global consta de los problemas marcados con el símbolo ★, en los cuales se indica su porcentaje respectivo. Si se presenta sólo una parte, se deberán resolver todos los ejercicios correspondientes a dicha parte.

Todas las respuestas de los problemas deben mostrar el procedimiento de justificación y los pasos de las operaciones. Las respuestas sin justificación no cuentan.

### Primera parte

1. ★(10%) Determinar el intervalo donde se cumplen cada una de las desigualdades:

$$a) \frac{-5x+4}{7x-2} \geq \frac{4}{3} \qquad b) \left| 6x - \frac{7}{3} \right| \geq \frac{11}{4}$$

2. Determinar el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{|-3x+7| - \sqrt{x^2-9}}{5x^2+22x-15}$$

3. Dadas las funciones

$$f(x) = \sqrt{9-x^2} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{2}{x+2}$$

- a) ★(10%) Determinar las fórmulas de  $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ ,  $(f \cdot g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$ .

- b) ★(10%) Determinar el dominio de las funciones  $f$ ,  $g$ ,  $\frac{g}{f}$  y de  $g \circ f$ .

- c) Determinar el valor de  $(g \circ f)(\sqrt{5})$ .

### Segunda parte.

1. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 3 - \sqrt{-x-2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ x - 3 & \text{si } 2 \leq x. \end{cases}$$

- a) Determinar dominio y ceros de la función  $f$ .  
b) Realizar un bosquejo gráfico de la función  $f$  y determinar su rango o imagen.  
c) A partir del bosquejo gráfico de la función  $f$  determinar la paridad e intervalos de monotonía de la función  $f$ .  
d) A partir del bosquejo gráfico de la función  $f$  determinar los intervalos donde  $f(x) > 0$  y  $f(x) \leq 0$ .
2. ★(15%) Determinar periodo, amplitud y rango y realizar un bosquejo de la función en el intervalo  $[0, 2\pi]$ :

$$g(x) = 2 - \frac{5}{2} \sin(3x - \pi).$$

3. ★(15%) Calcular los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{10} - \sqrt{4-2x}}{x^2 + 5x + 6} \qquad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 5x^2 + 4}{x^4 + 12x^2 - 13} \qquad c) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(\theta) - \cos(2\theta)}{\theta^2}$$

4. Un cilindro tiene una altura  $h$  igual al triple del radio  $r$  de su base. Escribir su superficie en términos de su altura.

## Tercera Parte

1. Dadas las funciones

$$f(x) = \sin(\pi x) - \frac{4}{3} \qquad g(x) = \frac{1}{x-3}$$

Determinar los límites

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{g}{f} \right)(x) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 3} (f \cdot g)(x) \qquad c) \lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g).$$

2. ★(15%) Sea la función definida por intervalos

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < -2 \\ 2C & \text{si } x = -2 \\ ax^2 + b - 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ D + 4 & \text{si } x = 2 \\ 2b - x & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

a) Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

b) Determinar los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $C$  y  $D$  para que  $f$  sea continua en  $x = -2$  y  $x = 2$ .

3. ★(15%) A partir de la función

$$h(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 2x - 2}$$

- a) Determinar su dominio, sus raíces e intervalos de continuidad.
- b) Determinar las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- c) Identificar los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- d) Realizar un bosquejo de la gráfica la función  $h$ .

4. ★(10%) Mostrar que la ecuación

$$1 - 5x \cos(2x) = 0$$

tiene al menos tres soluciones en el intervalo  $[-1, 1]$