

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Evaluación de recuperación de Introducción al Cálculo (22-O, Vespertino)

Nombre: _____

INDICACIONES GENERALES: Resolver los siguientes ejercicios de manera clara y ordenada. **Toda respuesta debe ir acompañada del correspondiente procedimiento, desarrollo y/o justificación.**

1. Resolver las siguientes desigualdades. Expresar las correspondientes soluciones usando notación de intervalos.

(a) $|3x + 2| \leq 1$ (4 %)

(b) $\frac{4}{x} - 3 \geq \frac{2}{x} - 7$ (4 %)

2. Una pista de 100 metros de perímetro tiene lados paralelos y extremos semicirculares. Encontrar una expresión del área encerrada por la pista en función del diámetro d de los semicírculos de sus extremos. (10 %)

3. Sean f, g funciones tales que $f(x) = \frac{6}{x^2 - 4}$ y $g(x) = \sqrt{2x^2 - 5x - 3}$.

(a) Determinar los dominios de f y g . (5 %)

(b) Obtener las reglas de correspondencia (o fórmulas) de las funciones f/g y $f \circ g$. (5 %)

(c) Determinar los dominios de las funciones f/g y $f \circ g$. (5 %)

4. Sea f la función definida como

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } -4 \leq x < -3 \\ |x| - 2, & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x - 3}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

(a) Determinar el dominio y los ceros (o raíces) de f . (3 %)

(b) Realizar un bosquejo de la gráfica de f . (8 %)

(c) Obtener el rango (o imagen) de f . **(3 %)**

(d) Determinar los intervalos donde $f(x) \geq 0$. **(2 %)**

5. Realizar un bosquejo de la gráfica de la función g , dada por

$$g(x) = -2 \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right) + 1,$$

en el intervalo $[0, 4\pi]$, indicando su período, amplitud y rango. Usar una escala adecuada en el eje horizontal. **(5 %)**

6. Calcular los siguientes límites (NO por la Regla de L'Hôpital):

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 2}{x^2 + 4x - 5} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x+2)|x-1|}{x-1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 \operatorname{sen}(x) \cot^2(x)}{\operatorname{sen}(2x)}$$

(5 % cada inciso)

7. Considerar la función h , definida por $h(x) = \frac{2x^2 - 9x - 5}{x^2 - 2x - 15}$.

(a) Determinar el dominio y los ceros (o raíces) de h . Además, calcular $h(0)$. **(6 %)**

(b) Calcular los límites correspondientes para determinar las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la gráfica de h . **(6 %)**

(c) Determinar los puntos de discontinuidad de h y su clasificación. **(3 %)**

(d) Determinar los intervalos de continuidad de h . **(3 %)**

(e) Esbozar un bosquejo de la gráfica de h . **(8 %)**

8. Mostrar que la función $f(x) = 1 + x^3 - 3x^2 \operatorname{sen}(x)$ tiene al menos tres ceros (o raíces) en el intervalo $[-\pi, \pi]$. **(5 %)**